

Ejercicios Resueltos del Algebra de Baldor.

Consultado en la siguiente dirección electrónica

<http://www.quizma.cl/matematicas/recursos/algebradebaldor/index.htm>

Definición: Dos o más términos son semejantes cuando tienen las mismas letras y afectadas por el mismo exponente.

Reducción de dos términos semejantes del mismo signo

Procedimiento

Para reducir términos semejantes con el mismo signo se suman los coeficientes de todos los términos y se antepone al coeficiente total el mismo signo que comparten, y a continuación se escribe la parte literal.

Reducir:

1. $x + 2x$.

Solución:

El signo común a todos los términos es el +. Los coeficientes de los términos son 1 y 2.

La parte literal igual en todos los términos es x .

$$1 + 2 = 3; \rightarrow x + 2x = 3x.$$

2. $8a + 9a$

Solución:

El signo común a todos los términos es el +. Los coeficientes de los términos son 8 y 9.

La parte literal igual en todos los términos es a .

$$8 + 9 = 17; \rightarrow 8a + 9a = 17a.$$

3. $11b + 9b$

Solución:

El signo común a todos los términos es el +. Los coeficientes de los términos son 11 y 9. La parte literal igual en todos los términos es b .

$$11 + 9 = 20; \rightarrow 11b + 9a = 20b.$$

4. $-b - 5b$.

Solución:

El signo común a todos los términos es el -. Los coeficientes de los términos son 1 y 5.

La parte literal igual en todos los términos es b .

$$1 + 5 = 6; \rightarrow -b - 5b = -6b.$$

5. $-8m - m$

Solución:

El signo común a todos los términos es el -. Los coeficientes de los términos son 8 y 1.

La parte literal igual en todos los términos es m .

$$8 + 1 = 9; \quad \rightarrow \quad -8m - m = -9m.$$

$$6. \quad -9m - 7m$$

Solución:

El signo común a todos los términos es el -.

Los coeficientes de los términos son 9 y 7.

La parte literal igual en todos los términos es m .

$$9 + 7 = 16; \quad \rightarrow \quad -9m - 7m = -16m.$$

$$7. \quad 4a^x + 5a^x.$$

Solución:

El signo común a todos los términos es el +.

Los coeficientes de los términos son 4 y 5.

La parte literal igual en todos los términos es a^x .

$$Y \quad 4 + 5 = 9;$$

$$\therefore \quad 4a^x + 5a^x = 9a^x.$$

$$8. \quad 6a^{x+1} + 8a^{x+1}.$$

Solución:

El signo común a todos los términos es el +.

Los coeficientes de los términos son 6 y 8.

La parte literal igual en todos los términos es a^{x+1} .

$$Y \quad 6 + 8 = 14;$$

$$\therefore \quad 6a^{x+1} + 8a^{x+1} = 14a^{x+1}.$$

$$9. \quad -m^{x+1} - 5m^{x+1}.$$

Solución:

El signo común a todos los términos es el -.

Los coeficientes de los términos son 1 y 5.

La parte literal igual en todos los términos es a^{x+1} .

$$Y \quad 1 + 5 = 6;$$

$$\therefore \quad -m^{x+1} - 5m^{x+1} = -6m^{x+1}.$$

$$10. \quad -3a^{x-2} - a^{x-2}.$$

Solución:

El signo común a todos los términos es el -.

Los coeficientes de los términos son 3 y 1.

La parte literal igual en todos los términos es a^{x-2} .

$$Y \quad 3 + 1 = 4;$$

$$\therefore \quad -3a^{x-2} - a^{x-2} = -4a^{x-2}.$$

$$11. \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}a$$

Solución:

El signo común a todos los términos es el +.

Los coeficientes de los términos son $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{2}$.

La parte literal igual en todos los términos es a .

$$Y \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1;$$

$$\therefore \quad \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}a = a.$$

$$12. \frac{3}{5}ab + \frac{1}{10}ab$$

Solución:

El signo común a todos los términos es el +.

Los coeficientes de los términos son $\frac{3}{5}$ y $\frac{1}{10}$.

La parte literal igual en todos los términos es ab .

$$Y \quad \frac{3}{5} + \frac{1}{10} = \frac{6+1}{10} = \frac{7}{10};$$

$$\therefore \quad \frac{3}{5}ab + \frac{1}{10}ab = \frac{7}{10}ab.$$

$$13. \frac{1}{3}xy + \frac{1}{6}xy$$

Solución:

El signo común a todos los términos es el +.

Los coeficientes de los términos son $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{6}$.

La parte literal igual en todos los términos es xy .

$$Y \quad \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2+1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2};$$

$$\therefore \quad \frac{1}{3}xy + \frac{1}{6}xy = \frac{1}{2}xy.$$

$$14. -\frac{1}{5}xy - \frac{4}{5}xy$$

Solución:

El signo común a todos los términos es el -.

Los coeficientes de los términos son $\frac{1}{5}$ y $\frac{4}{5}$.

La parte literal igual en todos los términos es xy .

$$Y \quad \frac{1}{5} + \frac{4}{5} = \frac{1+4}{5} = \frac{5}{5} = 1;$$

$$\therefore \quad -\frac{1}{5}xy - \frac{4}{5}xy = -xy.$$

$$15. -\frac{5}{6}a^2b - \frac{1}{8}a^2b$$

Solución:

El signo común a todos los términos es el $-$.

Los coeficientes de los términos son $\frac{5}{6}$ y $\frac{1}{8}$.

La parte literal igual en todos los términos es a^2b .

$$Y \quad \frac{5}{6} + \frac{1}{8} = \frac{20+3}{24} = \frac{23}{24};$$

$$\therefore -\frac{5}{6}a^2b - \frac{1}{8}a^2b = -\frac{23}{24}a^2b.$$

$$16. -a - \frac{7}{8}a$$

Solución:

El signo común a todos los términos es el $-$.

Los coeficientes de los términos son 1 y $\frac{7}{8}$.

La parte literal igual en todos los términos es a .

$$Y \quad 1 + \frac{7}{8} = \frac{8+7}{8} = \frac{15}{8};$$

$$\therefore -a - \frac{7}{8}a = -\frac{15}{8}a.$$

$$17. 8a + 9a + 6a$$

Solución:

El signo común a todos los términos es el $+$.

Los coeficientes de los términos son 8, 9 y 6.

La parte literal igual en todos los términos es a .

$$Y \quad 8 + 9 + 6 = 23;$$

$$\therefore 8a + 9a + 6a = 23a.$$

$$18. 15x + 20x + x$$

Solución:

El signo común a todos los términos es el $+$.

Los coeficientes de los términos son 15, 20 y 1.

La parte literal igual en todos los términos es x .

$$Y \quad 15 + 20 + 1 = 36;$$

$$\therefore 15x + 20x + x = 36x.$$

$$19. -7m - 8m - 9m$$

Solución:

El signo común a todos los términos es el $-$.

Los coeficientes de los términos son 7, 8 y 9.

La parte literal igual en todos los términos es m .

$$Y \quad 7 + 8 + 9 = 24;$$

$$\therefore \quad -7m - 8m - 9m = -24m.$$

$$20. -a^2b - a^2b - 3a^2b$$

Solución:

El signo común a todos los términos es el $-$.

Los coeficientes de los términos son 1, 1 y 3.

La parte literal igual en todos los términos es a^2b .

$$Y \quad 1 + 1 + 3 = 5;$$

$$\therefore \quad -a^2b - a^2b - 3a^2b = -5a^2b.$$

$$21. a^x + 3a^x + 8a^x$$

Solución:

El signo común a todos los términos es el $+$.

Los coeficientes de los términos son 1, 3 y 8.

La parte literal igual en todos los términos es a^x .

$$Y \quad 1 + 3 + 8 = 12;$$

$$\therefore \quad a^x + 3a^x + 8a^x = 12a^x.$$

$$22. -5a^{x+1} - 3a^{x+1} - 5a^{x+1}$$

Solución:

El signo común a todos los términos es el $-$.

Los coeficientes de los términos son 5, 3 y 5.

La parte literal igual en todos los términos es a^{x+1} .

$$Y \quad 5 + 3 + 5 = 13;$$

$$\therefore \quad -5a^{x+1} - 3a^{x+1} - 5a^{x+1} = -13a^{x+1}.$$

$$23. a + \frac{1}{2}a + \frac{2}{3}a$$

Solución:

El signo común a todos los términos es el $+$.

Los coeficientes de los términos son 1, $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{3}$.

La parte literal igual en todos los términos es a .

$$Y \quad 1 + \frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{6+3+4}{6} = \frac{13}{6};$$

$$\therefore \quad a + \frac{1}{2}a + \frac{2}{3}a = \frac{13}{6}a.$$

$$24. -x - \frac{2}{3}x - \frac{1}{6}x$$

Solución:

El signo común a todos los términos es el $-$.

Los coeficientes de los términos son 1 , $\frac{2}{3}$ y $\frac{1}{6}$.

La parte literal igual en todos los términos es x .

$$Y \quad 1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{6+4+1}{6} = \frac{11}{6};$$

$$\therefore -x - \frac{2}{3}x - \frac{1}{6}x = \frac{11}{6}x.$$

$$25. \frac{1}{5}ax + \frac{3}{10}ax + ax$$

Solución:

El signo común a todos los términos es el $+$.

Los coeficientes de los términos son $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{10}$ y 1 .

La parte literal igual en todos los términos es ax .

$$Y \quad \frac{1}{5} + \frac{3}{10} + 1 = \frac{2+3+10}{10} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2};$$

$$\therefore \frac{1}{5}ax + \frac{3}{10}ax + ax = \frac{3}{2}ax.$$

$$26. -\frac{3}{4}a^2x - \frac{5}{6}a^2x - a^2x$$

Solución:

El signo común a todos los términos es el $-$.

Los coeficientes de los términos son $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ y 1 .

La parte literal igual en todos los términos es a^2x .

$$Y \quad \frac{3}{4} + \frac{5}{6} + 1 = \frac{9+10+12}{12} = \frac{31}{12};$$

$$\therefore -\frac{3}{4}a^2x - \frac{5}{6}a^2x - a^2x = -\frac{31}{12}a^2x.$$

$$27. 11a + 8a + 9a + 11a$$

Solución:

El signo común a todos los términos es el $+$.

Los coeficientes de los términos son 11 , 8 , 9 y 11 .

La parte literal igual en todos los términos es a .

$$Y \quad 11+8+9+11=39;$$

$$\therefore 11a + 8a + 9a + 11a = 39a.$$

$$28. m^{x+1} + 3m^{x+1} + 4m^{x+1} + 6m^{x+1}$$

Solución :

El signo común a todos los términos es el +.

Los coeficientes de los términos son 1, 3, 4 y 6.

La parte literal igual en todos los términos es m^{x+1} .

$$Y \quad 1+3+4+6=14;$$

$$\therefore m^{x+1} + 3m^{x+1} + 4m^{x+1} + 6m^{x+1} = 14m^{x+1}.$$

$$29. -x^2y - 8x^2y - 9x^2y - 20x^2y$$

Solución :

El signo común a todos los términos es el -.

Los coeficientes de los términos son 1, 8, 9 y 20.

La parte literal igual en todos los términos es x^2y .

$$Y \quad 1+8+9+20=38;$$

$$\therefore -x^2y - 8x^2y - 9x^2y - 20x^2y = -38x^2y.$$

$$30. -3a^m - 5a^m - 6a^m - 9a^m$$

Solución :

El signo común a todos los términos es el -.

Los coeficientes de los términos son 3, 5, 6 y 9.

La parte literal igual en todos los términos es a^m .

$$Y \quad 3+5+6+9=23;$$

$$\therefore -3a^m - 5a^m - 6a^m - 9a^m = -23a^m.$$

$$31. \frac{1}{2}a + \frac{1}{4}a + \frac{1}{8}a + a$$

Solución :

El signo común a todos los términos es el +.

Los coeficientes de los términos son $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ y 1.

La parte literal igual en todos los términos es a .

$$Y \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + 1 = \frac{4+2+1+8}{8} = \frac{15}{8};$$

$$\therefore \frac{1}{2}a + \frac{1}{4}a + \frac{1}{8}a + a = \frac{15}{8}a.$$

$$32. \frac{2}{5}ax + \frac{1}{2}ax + \frac{1}{10}ax + \frac{1}{20}ax$$

Solución:

El signo común a todos los términos es el +.

Los coeficientes de los términos son $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{10}$ y $\frac{1}{20}$.

La parte literal igual en todos los términos es ax .

$$Y \quad \frac{2}{5} + \frac{1}{2} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20} = \frac{8+10+2+1}{20} = \frac{21}{20};$$

$$\therefore \frac{2}{5}ax + \frac{1}{2}ax + \frac{1}{10}ax + \frac{1}{20}ax = \frac{21}{20}ax.$$

$$33. 0.5m + 0.6m + 0.7m + 0.8m$$

Solución:

El signo común a todos los términos es el +.

Los coeficientes de los términos son 0.5, 0.6, 0.7 y 0.8.

La parte literal igual en todos los términos es m .

$$Y \quad 0.5 + 0.6 + 0.7 + 0.8 = 2.6;$$

$$\therefore 0.5m + 0.6m + 0.7m + 0.8m = 2.6m.$$

$$34. -\frac{1}{7}ab - \frac{1}{14}ab - \frac{1}{28}ab - ab$$

Solución:

El signo común a todos los términos es el -.

Los coeficientes de los términos son $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{14}$, $\frac{1}{28}$ y 1.

La parte literal igual en todos los términos es ab .

$$Y \quad \frac{1}{7} + \frac{1}{14} + \frac{1}{28} + 1 = \frac{4+2+1+28}{28} = \frac{35}{28} = \frac{5}{4};$$

$$\therefore 0.5m + 0.6m + 0.7m + 0.8m = -\frac{5}{4}ab.$$

$$35. -\frac{2}{3}x^3y - \frac{1}{6}x^3y - \frac{1}{9}x^3y - \frac{1}{12}x^3y$$

Solución:

El signo común a todos los términos es el -.

Los coeficientes de los términos son $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{9}$ y $\frac{1}{12}$.

La parte literal igual en todos los términos es x^3y .

$$Y \quad \frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{12} = \frac{24+6+4+3}{36} = \frac{37}{36};$$

$$\therefore -\frac{2}{3}x^3y - \frac{1}{6}x^3y - \frac{1}{9}x^3y - \frac{1}{12}x^3y = -\frac{37}{36}x^3y.$$

$$36. ab^2 + ab^2 + 7ab^2 + 9ab^2 + 21ab^2$$

Solución:

El signo común a todos los términos es el +.

Los coeficientes de los términos son 1, 1, 7, 9 y 21.

La parte literal igual en todos los términos es ab^2 .

$$Y \quad 1+1+7+9+21=39;$$

$$\therefore ab^2 + ab^2 + 7ab^2 + 9ab^2 + 21ab^2 = 39ab^2.$$

$$37. -m - m - 8m - 7m - 3m$$

Solución:

El signo común a todos los términos es el -.

Los coeficientes de los términos son 1, 1, 8, 7 y 3.

La parte literal igual en todos los términos es m .

$$Y \quad 1+1+8+7+3=20;$$

$$\therefore -m - m - 8m - 7m - 3m = -20m.$$

$$38. -x^{a+1} - 8x^{a+1} - 4x^{a+1} - 5x^{a+1} - x^{a+1}$$

Solución:

El signo común a todos los términos es el -.

Los coeficientes de los términos son 1, 8, 4, 5 y 1.

La parte literal igual en todos los términos es x^{a+1} .

$$Y \quad 1+8+4+5+1=19;$$

$$\therefore -x^{a+1} - 8x^{a+1} - 4x^{a+1} - 5x^{a+1} - x^{a+1} = -19x^{a+1}.$$

$$39. \frac{1}{2}a + \frac{1}{3}a + \frac{1}{4}a + \frac{1}{5}a + \frac{1}{6}a$$

Solución:

El signo común a todos los términos es el +.

Los coeficientes de los términos son $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ y $\frac{1}{6}$.

La parte literal igual en todos los términos es a .

$$Y \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{30+20+15+12+10}{60} = \frac{87}{60} = \frac{29}{20}$$

$$\therefore \frac{1}{2}a + \frac{1}{3}a + \frac{1}{4}a + \frac{1}{5}a + \frac{1}{6}a = \frac{29}{20}a.$$

$$40. -\frac{1}{3}ab - \frac{1}{6}ab - \frac{1}{2}ab - \frac{1}{12}ab - \frac{1}{9}ab$$

Solución:

El signo común a todos los términos es el -.

Los coeficientes de los términos son $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{12}$ y $\frac{1}{9}$.

La parte literal igual en todos los términos es ab .

$$Y \quad \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2} + \frac{1}{12} + \frac{1}{9} = \frac{12+6+18+3+4}{36} = \frac{43}{36};$$

$$\therefore -\frac{1}{3}ab - \frac{1}{6}ab - \frac{1}{2}ab - \frac{1}{12}ab - \frac{1}{9}ab = -\frac{43}{36}ab.$$

Reducción de dos términos semejantes de distinto signo

Procedimiento

Para reducir dos términos semejantes de distinto signo, se halla la diferencia entre los coeficientes de los términos, colocando antes de esta diferencia el signo del coeficiente mayor (en valor absoluto) y a continuación se escribe la parte literal.

Nota: dos términos semejantes con igual coeficiente y distinto signo se anulan.

1. $8a - 6a$

Solución:

La parte literal igual en los dos términos es a .

Los coeficientes de los términos son 8 y 6.

El mayor coeficiente en valor absoluto tiene signo +.

Y $8 - 6 = 2$;

$\therefore 8a - 6a = 2a$.

2. $6a - 8a$

Solución:

La parte literal igual en los dos términos es a .

Los coeficientes de los términos son 8 y 6.

El mayor coeficiente en valor absoluto tiene signo -.

Y $8 - 6 = 2$;

$\therefore 6a - 8a = -2a$.

3. $9ab - 15ab$

Solución:

La parte literal igual en los dos términos es ab .

Los coeficientes de los términos son 9 y 15.

El mayor coeficiente en valor absoluto tiene signo -.

Y $15 - 9 = 6$;

$\therefore 9ab - 15ab = -6ab$.

4. $15ab - 9ab$

Solución :

La parte literal igual en los dos términos es ab .

Los coeficientes de los términos son 9 y 15.

El mayor coeficiente en valor absoluto tiene signo +.

Y $15 - 9 = 6$;

$\therefore 15ab - 9ab = 6ab$.

5. $2a - 2a$

Solución :

$2a - 2a = 0$ { dos términos semejantes con igual coeficiente y signo distinto se anulan }.

6. $-7b + 7b$

Solución :

$-7b + 7b = 0$ { dos términos semejantes con igual coeficiente y signo distinto se anulan }.

7. $-14xy + 32xy$

Solución :

La parte literal igual en los dos términos es xy .

Los coeficientes de los términos son 14 y 32.

El mayor coeficiente en valor absoluto tiene signo +.

Y $32 - 14 = 18$;

$\therefore -14xy + 32xy = 18xy$.

8. $-25x^2y + 32x^2y$

Solución :

La parte literal igual en los dos términos es x^2y .

Los coeficientes de los términos son 25 y 32.

El mayor coeficiente en valor absoluto tiene signo +.

Y $32 - 25 = 7$;

$\therefore -25x^2y + 32x^2y = 7x^2y$.

9. $40x^3y - 51x^3y$

Solución :

La parte literal igual en los dos términos es x^3y .

Los coeficientes de los términos son 40 y 51.

El mayor coeficiente en valor absoluto tiene signo -.

Y $51 - 40 = 11$;

$\therefore 40x^3y - 51x^3y = -11x^3y$.

$$10. -m^2n + 6m^2n$$

Solución:

La parte literal igual en los dos términos es m^2n .

Los coeficientes de los términos son 6 y 1.

El mayor coeficiente en valor absoluto tiene signo +.

$$Y \quad 6 - 1 = 5;$$

$$\therefore -m^2n + 6m^2n = 5m^2n.$$

$$11. -15xy + 40xy$$

Solución:

La parte literal igual en los dos términos es xy .

Los coeficientes de los términos son 15 y 40.

El mayor coeficiente en valor absoluto tiene signo +.

$$Y \quad 40 - 15 = 25;$$

$$\therefore -15xy + 40xy = 25xy.$$

$$12. 55a^3b^2 - 81a^3b^2$$

Solución:

La parte literal igual en los dos términos es a^3b^2 .

Los coeficientes de los términos son 55 y 81.

El mayor coeficiente en valor absoluto tiene signo -.

$$Y \quad 81 - 55 = 26;$$

$$\therefore 55a^3b^2 - 81a^3b^2 = -26a^3b^2.$$

$$13. -x^2y + x^2y$$

Solución:

$$-x^2y + x^2y = 0 \quad \text{(dos términos semejantes con igual coeficiente y signo distinto se anulan).}$$

$$14. -9ab^2 + 9ab^2$$

Solución:

$$-9ab^2 + 9ab^2 = 0 \quad \text{(dos términos semejantes con igual coeficiente y signo distinto se anulan).}$$

$$15. 7x^2y - 7x^2y$$

Solución:

$$7x^2y - 7x^2y = 0 \quad \text{(dos términos semejantes con igual coeficiente y signo distinto se anulan).}$$

$$16. -101mn + 118mn$$

Solución:

La parte literal igual en los dos términos es mn .

Los coeficientes de los términos son 101 y 118.

El mayor coeficiente en valor absoluto tiene signo +.

$$Y \quad 118 - 101 = 17;$$

$$\therefore \quad -101mn + 118mn = 17mn.$$

$$17. 502ab - 405ab$$

Solución:

La parte literal igual en los dos términos es ab .

Los coeficientes de los términos son 502 y 405.

El mayor coeficiente en valor absoluto tiene signo +.

$$Y \quad 502 - 405 = 97;$$

$$\therefore \quad 502ab - 405ab = 97ab.$$

$$18. -1024x + 1018x$$

Solución:

La parte literal igual en los dos términos es x .

Los coeficientes de los términos son 1024 y 1018.

El mayor coeficiente en valor absoluto tiene signo -.

$$Y \quad 1024 - 1018 = 6;$$

$$\therefore \quad -1024x + 1018x = -6x.$$

$$19. -15ab + 15ab$$

Solución:

$$-15ab + 15ab = 0 \quad (\text{dos términos semejantes con igual coeficiente y signo distinto se anulan}).$$

$$20. \frac{1}{2}a - \frac{3}{4}a$$

Solución:

La parte literal igual en los dos términos es a .

Los coeficientes de los términos son $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{4}$.

El mayor coeficiente en valor absoluto tiene signo -.

$$Y \quad \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3-2}{4} = \frac{1}{4};$$

$$\therefore \quad \frac{1}{2}a - \frac{3}{4}a = -\frac{1}{4}a.$$

$$21. \frac{3}{4}a - \frac{1}{2}a$$

Solución:

La parte literal igual en los dos términos es a .

Los coeficientes de los términos son $\frac{3}{4}$ y $\frac{1}{2}$.

El mayor coeficiente en valor absoluto tiene signo +.

$$Y \quad \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3-2}{4} = \frac{1}{4};$$

$$\therefore \quad \frac{3}{4}a - \frac{1}{2}a = \frac{1}{4}a.$$

$$22. \frac{5}{6}a^2b - \frac{5}{12}a^2b$$

Solución:

La parte literal igual en los dos términos es a^2b .

Los coeficientes de los términos son $\frac{5}{6}$ y $\frac{5}{12}$.

El mayor coeficiente en valor absoluto tiene signo +.

$$Y \quad \frac{5}{6} - \frac{5}{12} = \frac{10-5}{12} = \frac{5}{12};$$

$$\therefore \quad \frac{5}{6}a^2b - \frac{5}{12}a^2b = \frac{5}{12}a^2b.$$

$$23. -\frac{4}{7}x^2y + \frac{9}{14}x^2y$$

Solución:

La parte literal igual en los dos términos es x^2y .

Los coeficientes de los términos son $\frac{4}{7}$ y $\frac{9}{14}$.

El mayor coeficiente en valor absoluto tiene signo +.

$$Y \quad \frac{9}{14} - \frac{4}{7} = \frac{9-8}{14} = \frac{1}{14};$$

$$\therefore \quad -\frac{4}{7}x^2y + \frac{9}{14}x^2y = \frac{1}{14}x^2y.$$

$$24. \frac{3}{8}am - \frac{5}{4}am,$$

Solución:

La parte literal igual en los dos términos es am .

Los coeficientes de los términos son $\frac{3}{8}$ y $\frac{5}{4}$.

El mayor coeficiente en valor absoluto tiene signo $-$.

$$Y \quad \frac{5}{4} - \frac{3}{8} = \frac{10 - 3}{8} = \frac{7}{8};$$

$$\therefore \frac{3}{8}am - \frac{5}{4}am = -\frac{7}{8}am.$$

$$25. -am + \frac{3}{5}am,$$

Solución:

La parte literal igual en los dos términos es am .

Los coeficientes de los términos son 1 y $\frac{3}{5}$.

El mayor coeficiente en valor absoluto tiene signo $-$.

$$Y \quad 1 - \frac{3}{5} = \frac{5 - 3}{5} = \frac{2}{5};$$

$$\therefore -am + \frac{3}{5}am = -\frac{2}{5}am.$$

$$26. \frac{5}{6}mn - \frac{7}{8}mn,$$

Solución:

La parte literal igual en los dos términos es mn .

Los coeficientes de los términos son $\frac{5}{6}$ y $\frac{7}{8}$.

El mayor coeficiente en valor absoluto tiene signo $-$.

$$Y \quad \frac{7}{8} - \frac{5}{6} = \frac{21 - 20}{24} = \frac{1}{24};$$

$$\therefore \frac{5}{6}mn - \frac{7}{8}mn = -\frac{1}{24}mn.$$

$$27. -a^2b + \frac{3}{11}a^2b,$$

Solución:

La parte literal igual en los dos términos es a^2b .

Los coeficientes de los términos son 1 y $\frac{3}{11}$.

El mayor coeficiente en valor absoluto tiene signo $-$.

$$Y \quad 1 - \frac{3}{11} = \frac{11-3}{11} = \frac{8}{11};$$

$$\therefore -a^2b + \frac{3}{11}a^2b = -\frac{8}{11}a^2b.$$

$$28. 3.4a^4b^3 - 5.6a^4b^3$$

Solución:

La parte literal igual en los dos términos es a^4b^3 .

Los coeficientes de los términos son 3.4 y 5.6.

El mayor coeficiente en valor absoluto tiene signo $-$.

$$Y \quad 5.6 - 3.4 = 2.2;$$

$$\therefore 3.4a^4b^3 - 5.6a^4b^3 = -2.2a^4b^3.$$

$$29. -1.2yz + 3.4yz$$

Solución:

La parte literal igual en los dos términos es yz .

Los coeficientes de los términos son 1.2 y 3.4.

El mayor coeficiente en valor absoluto tiene signo $+$.

$$Y \quad 3.4 - 1.2 = 2.2;$$

$$\therefore -1.2yz + 3.4yz = 2.2yz.$$

$$30. 4a^x - 2a^x$$

Solución:

La parte literal igual en los dos términos es a^x .

Los coeficientes de los términos son 4 y 2.

El mayor coeficiente en valor absoluto tiene signo $+$.

$$Y \quad 4 - 2 = 2;$$

$$\therefore 4a^x - 2a^x = 2a^x.$$

$$31. -8a^{x+1} + 88a^{x+1}$$

Solución:

$$-8a^{x+1} + 88a^{x+1} = 0 \quad (\text{dos términos semejantes con igual coeficiente y signo distinto se anulan}).$$

$$32. 25m^{a-1} - 32m^{a-1}$$

Solución :

La parte literal igual en los dos términos es m^{a-1} .

Los coeficientes de los términos son 25 y 32.

El mayor coeficiente en valor absoluto tiene signo -.

$$Y \quad 32 - 25 = 7;$$

$$\therefore \quad 25m^{a-1} - 32m^{a-1} = -7m^{a-1}.$$

$$33. -x^{a+1} + x^{a+1}$$

Solución :

$$-x^{a+1} + x^{a+1} = 0 \quad (\text{dos términos semejantes con igual coeficiente y signo distinto se anulan}).$$

$$34. -\frac{1}{4}a^{m-2} + \frac{1}{2}a^{m-2}$$

Solución :

La parte literal igual en los dos términos es a^{m-2} .

Los coeficientes de los términos son $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{2}$.

El mayor coeficiente en valor absoluto tiene signo +.

$$Y \quad \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{2-1}{4} = \frac{1}{4};$$

$$\therefore \quad -\frac{1}{4}a^{m-2} + \frac{1}{2}a^{m-2} = \frac{1}{4}a^{m-2}.$$

$$35. \frac{5}{6}a^{m+1} - \frac{7}{12}a^{m+1}$$

Solución :

La parte literal igual en los dos términos es a^{m+1} .

Los coeficientes de los términos son $\frac{5}{6}$ y $\frac{7}{12}$.

El mayor coeficiente en valor absoluto tiene signo +.

$$Y \quad \frac{5}{6} - \frac{7}{12} = \frac{10-7}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4};$$

$$\therefore \quad \frac{5}{6}a^{m+1} - \frac{7}{12}a^{m+1} = \frac{1}{4}a^{m+1}.$$

$$36. 4a^2 - \frac{1}{3}a^2$$

Solución:

La parte literal igual en los dos términos es a^2 .

Los coeficientes de los términos son 4 y $\frac{1}{3}$.

El mayor coeficiente en valor absoluto tiene signo +.

$$Y \quad 4 - \frac{1}{3} = \frac{12-1}{3} = \frac{11}{3};$$

$$\therefore 4a^2 - \frac{1}{3}a^2 = \frac{11}{3}a^2.$$

$$37. -5mn + \frac{3}{4}mn$$

Solución:

La parte literal igual en los dos términos es mn .

Los coeficientes de los términos son 5 y $\frac{3}{4}$.

El mayor coeficiente en valor absoluto tiene signo -.

$$Y \quad 5 - \frac{3}{4} = \frac{20-3}{4} = \frac{17}{4};$$

$$\therefore -5mn + \frac{3}{4}mn = -\frac{17}{4}mn.$$

$$38. 8a^{x+2}b^{x+3} - 25a^{x+2}b^{x+3}$$

Solución:

La parte literal igual en los dos términos es $a^{x+2}b^{x+3}$.

Los coeficientes de los términos son 8 y 25.

El mayor coeficiente en valor absoluto tiene signo -.

$$Y \quad 25 - 8 = 17;$$

$$\therefore 8a^{x+2}b^{x+3} - 25a^{x+2}b^{x+3} = -17a^{x+2}b^{x+3}.$$

$$39. -\frac{7}{8}a^m b^n + a^m b^n$$

Solución:

La parte literal igual en los dos términos es $a^m b^n$.

Los coeficientes de los términos son $\frac{7}{8}$ y 1.

El mayor coeficiente en valor absoluto tiene signo +.

$$Y \quad 1 - \frac{7}{8} = \frac{8-7}{8} = \frac{1}{8};$$

$$\therefore -\frac{7}{8}a^m b^n + a^m b^n = \frac{1}{8}a^m b^n.$$

$$40. 0.85mxy - \frac{1}{2}mxy$$

Solución:

La parte literal igual en los dos términos es mxy .

Los coeficientes de los términos son 0.85 y $\frac{1}{2} \Leftrightarrow 0.5$

El mayor coeficiente en valor absoluto tiene signo +.

$$Y \quad 0.85 - 0.5 = 0.35;$$

$$\therefore \quad 0.85mxy - \frac{1}{2}mxy = 0.35mxy.$$

Reducción de más de dos términos semejantes de signos distintos

Procedimiento

Para reducir un polinomio con más de dos términos semejantes y con signos distintos, se procede así:

- 1) Se reducen a un solo término todos los positivos.
- 2) Se reducen a un solo término todos los negativos.
- 3) Se calcula la diferencia entre los coeficientes de los términos hallados en los dos pasos anteriores.
- 4) El signo que precederá la diferencia hallada en el paso anterior será el que tenga el coeficiente mayor en valor absoluto de los términos hallados en los pasos (1) y (2).
- 5) Por último, se escribe la parte literal.

Reducir:

$$1. 9a - 3a + 5a.$$

Solución:

$$9a + 5a = 14a : \text{reducción de los términos positivos.}$$

$$- 3a: \text{término negativo.}$$

La parte literal igual en los dos términos es a .

Los coeficientes de los términos son 14 y 3 .

El mayor coeficiente en valor absoluto tiene signo +.

$$Y \quad 14 - 3 = 11;$$

$$\therefore \quad 14a - 3a = 11a;$$

$$\therefore \quad 9a - 3a + 5a = 11a.$$

2. $-8x + 9x - x$

Solución :

$9x$: término positivo

$-8x - x = -9x$ reducción de los términos negativos

Y $9x - 9x = 0$ (dos términos semejantes con igual coeficiente y signo distinto se anulan);

∴ $-8x + 9x - x = 0$.

3. $12mn - 23mn - 5mn$.

Solución :

$12mn$: término positivo

$-23mn - 5mn = -28mn$: reducción de los términos negativos

La parte literal igual en los dos términos es mn .

Los coeficientes de los términos son 12 y 28.

El mayor coeficiente en valor absoluto tiene signo $-$.

Y $28 - 12 = 16$;

∴ $28mn - 12mn = 16mn$;

∴ $12mn - 23mn - 5mn = -16mn$.

4. $-x + 19x - 18x$.

Solución :

$19x$: término positivo

$-x - 18x = -19x$ reducción de los términos negativos

Y $19x - 19x = 0$ (dos términos semejantes con igual coeficiente y signo distinto se anulan);

∴ $-x + 19x - 18x = 0$.

5. $19m - 10m + 6m$.

Solución :

$19m + 6m = 25m$: reducción de los términos positivos

$-10m$: término negativo

La parte literal igual en los dos términos es m .

Los coeficientes de los términos son 25 y 10.

El mayor coeficiente en valor absoluto tiene signo $+$.

Y $25 - 10 = 15$;

∴ $25m - 10m = 15m$;

∴ $19m - 10m + 6m = 15m$.

6. $-11ab - 15ab + 26ab$.

Solución:

$26ab$: término positivo

$-11ab - 15ab = -26ab$: reducción de los términos negativos

Y $-26ab + 26ab = 0$ (dos términos semejantes con igual coeficiente y signo distinto se anulan);

∴ $-11ab - 15ab + 26ab = 0$.

7. $-5a^x + 9a^x - 35a^x$.

Solución:

$9a^x$: término positivo

$-5a^x - 35a^x = -40a^x$: reducción de los términos negativos

La parte literal igual en los dos términos es a^x .

Los coeficientes de los términos son 9 y 40.

El mayor coeficiente en valor absoluto tiene signo $-$.

Y $40 - 9 = 31$;

∴ $9a^x - 40a^x = -31a^x$;

∴ $-5a^x + 9a^x - 35a^x = -31a^x$.

8. $-24a^{x+2} - 15a^{x+2} + 39a^{x+2}$.

Solución:

$39a^{x+2}$: término positivo

$-24a^{x+2} - 15a^{x+2} = -39a^{x+2}$: reducción de los términos negativos

y $39a^{x+2} - 39a^{x+2} = 0$ (dos términos semejantes con igual coeficiente y signo distinto se anulan);

∴ $-24a^{x+2} - 15a^{x+2} + 39a^{x+2} = 0$.

9. $\frac{2}{3}y + \frac{1}{3}y - y$.

Solución:

$\frac{2}{3}y + \frac{1}{3}y = \frac{3}{3}y = y$: reducción de los términos positivos

$-y$: término negativo

y $y - y = 0$ (dos términos semejantes con igual coeficiente y signo distinto se anulan);

∴ $\frac{2}{3}y + \frac{1}{3}y - y = 0$.

$$10. -\frac{3}{5}m + \frac{1}{4}m - \frac{1}{2}m.$$

Solución:

$$\frac{1}{4}m : \text{termino positivo}$$

$$-\frac{3}{5}m - \frac{1}{2}m = -\frac{6+5}{10}m = -\frac{11}{10}m : \text{reduccion de los terminos negativos}$$

La parte literal igual en los dos términos es m .

Los coeficientes de los términos son $\frac{1}{4}$ y $-\frac{11}{10}$.

El mayor coeficiente en valor absoluto tiene signo $-$.

$$Y \quad \frac{11}{10} - \frac{1}{4} = \frac{22-5}{20} = \frac{17}{20};$$

$$\therefore \quad \frac{1}{4}m - \frac{11}{10}m = -\frac{17}{20}m,$$

$$\therefore \quad -\frac{3}{5}m + \frac{1}{4}m - \frac{1}{2}m = -\frac{17}{20}m.$$

$$11. \frac{3}{8}a^2b + \frac{1}{4}a^2b - a^2b.$$

Solución:

$$\frac{3}{8}a^2b + \frac{1}{4}a^2b = \frac{3+2}{8}a^2b = \frac{5}{8}a^2b : \text{reduccion de los terminos positivos}$$

$$-a^2b : \text{termino negativo}$$

La parte literal igual en los dos términos es a^2b .

Los coeficientes de los términos son $\frac{5}{8}$ y 1 .

El mayor coeficiente en valor absoluto tiene signo $-$.

$$Y \quad 1 - \frac{5}{8} = \frac{8-5}{8} = \frac{3}{8};$$

$$\therefore \quad \frac{5}{8}a^2b - a^2b = -\frac{3}{8}a^2b;$$

$$\therefore \quad \frac{3}{8}a^2b + \frac{1}{4}a^2b - a^2b = -\frac{3}{8}a^2b.$$

Reducción de términos semejantes

Reducción de un polinomio que contenga términos semejantes de diversas clases

Procedimiento

1. Se agrupan los términos semejantes de cada clase en un mismo paréntesis
2. Se reducen los términos semejantes
3. Se da la respuesta, ordenando el polinomio resultante

Nota: recordemos que los términos semejantes son aquellos que tienen las mismas letras y afectadas por los mismos exponentes

Reducir los polinomios siguientes:

1. $7a - 9b + 6a - 4b$

Solución:

$$\begin{aligned} 7a - 9b + 6a - 4b &= (7a + 6a) + (-9b - 4b) && \text{\{agrupando por clases\},} \\ \Rightarrow 7a - 9b + 6a - 4b &= (13a) + (-13b) && \text{\{reduciendo\};} \\ \therefore 7a - 9b + 6a - 4b &= 13a - 13b. \end{aligned}$$

2. $a + b - c - b - c + 2c - a$

Solución:

$$\begin{aligned} a + b - c - b - c + 2c - a &= (a - a) + (b - b) + (-c + 2c) && \text{\{agrupando por clases\},} \\ \Rightarrow a + b - c - b - c + 2c - a &= 0 + 0 + c && \text{\{reduciendo\};} \\ \therefore a + b - c - b - c + 2c - a &= c. \end{aligned}$$

3. $5x - 11y - 9 + 20x - 1 - y$

Solución:

$$\begin{aligned} 5x - 11y - 9 + 20x - 1 - y &= (5x + 20x) + (-11y - y) + (-9 - 1) && \text{\{agrupando por clases\},} \\ \Rightarrow 5x - 11y - 9 + 20x - 1 - y &= (25x) + (-12y) + (-10) && \text{\{reduciendo\};} \\ \therefore (5x + 20x) + (-11y - y) + (-9 - 1) &= 25x - 12y - 10. \end{aligned}$$

4. $-6m + 8n + 5 - m - n - 6m - 11$

Solución:

$$\begin{aligned} -6m + 8n + 5 - m - n - 6m - 11 &= (-6m - m - 6m) + (8n - n) + (5 - 11) && \text{\{agrupando por clases\},} \\ \Rightarrow -6m + 8n + 5 - m - n - 6m - 11 &= (-13m) + (7n) + (-6) && \text{\{reduciendo\};} \\ \therefore -6m + 8n + 5 - m - n - 6m - 11 &= -13m + 7n - 6. \end{aligned}$$

5. $-a + b + 2b - 2c + 3a + 2c - 3b$

Solución:

$$\begin{aligned} -a + b + 2b - 2c + 3a + 2c - 3b &= (-a + 3a) + (b + 2b - 3b) + (-2c + 2c) && \text{\{agrupando por clases\},} \\ \Rightarrow -a + b + 2b - 2c + 3a + 2c - 3b &= (2a) + (0) + (0) && \text{\{reduciendo\};} \\ \therefore -a + b + 2b - 2c + 3a + 2c - 3b &= 2a. \end{aligned}$$

6. $-81x + 19y - 30z + 6y + 80x + x - 25y$

Solución:

$$\begin{aligned} -81x + 19y - 30z + 6y + 80x + x - 25y &= (-81x + 80x + x) + (19y + 6y - 25y) + (-30z) && \text{\{agrupando por clases\},} \\ \Rightarrow -81x + 19y - 30z + 6y + 80x + x - 25y &= (0) + (0) + (-30z) && \text{\{reduciendo\};} \\ \therefore -81x + 19y - 30z + 6y + 80x + x - 25y &= -30z. \end{aligned}$$

7. $15a^2 - 6ab - 8a^2 + 20 - 5ab - 31 + a^2 - ab$

Solución:

$$\begin{aligned} 15a^2 - 6ab - 8a^2 + 20 - 5ab - 31 + a^2 - ab &= (15a^2 - 8a^2 + a^2) + (-6ab - 5ab - ab) + (20 - 31) && \text{\{agrupando por clases\},} \\ \Rightarrow 15a^2 - 6ab - 8a^2 + 20 - 5ab - 31 + a^2 - ab &= (16a^2 - 8a^2) + (-12ab) + (-11) && \text{\{reduciendo\};} \\ \therefore 15a^2 - 6ab - 8a^2 + 20 - 5ab - 31 + a^2 - ab &= 8a^2 - 12ab - 11. \end{aligned}$$

Productos notables

1a) Cuadrado de la suma de dos cantidades

Procedimiento

1. Se identifica tanto el primero como el segundo término del binomio
2. "El cuadrado de la suma de dos cantidades es igual a, el cuadrado de la primera cantidad, más el doble producto de la primera cantidad por la segunda, más el cuadrado de la segunda cantidad"
3. Para elevar un monomio al cuadrado, se eleva el coeficiente al cuadrado y se multiplica el exponente de cada letra por 2

1. $(m + 3)^2$

Solución:

$$\begin{aligned} (m + 3)^2 &= m^2 + 2(m)(3) + 3^2, \\ \therefore (m + 3)^2 &= m^2 + 6m + 9. \end{aligned}$$

2. $(5 + x)^2$

Solución:

$$\begin{aligned} (5 + x)^2 &= 5^2 + 2(5)(x) + x^2, \\ \therefore (5 + x)^2 &= 25 + 10x + x^2. \end{aligned}$$

3. $(6a + b)^2$

Solución:

$$(6a + b)^2 = (6a)^2 + 2(6a)(b) + b^2,$$

$$\Rightarrow (6a + b)^2 = 6^2 a^2 + 12ab + b^2;$$

$$\therefore (6a + b)^2 = 36a^2 + 12ab + b^2.$$

4. $(9 + 4m)^2$

Solución:

$$(9 + 4m)^2 = 9^2 + 2(9)(4m) + (4m)^2;$$

$$\therefore (9 + 4m)^2 = 81 + 72m + 16m^2.$$

5. $(7x + 11)^2$

Solución:

$$(7x + 11)^2 = (7x)^2 + 2(7x)(11) + 11^2;$$

$$\therefore (7x + 11)^2 = 49x^2 + 154x + 121.$$

6. $(x + y)^2$

Solución:

$$(x + y)^2 = x^2 + 2(x)(y) + y^2;$$

$$\therefore (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2.$$

7. $(1 + 3x^2)^2$

Solución:

$$(1 + 3x^2)^2 = 1^2 + 2(1)(3x^2) + (3x^2)^2,$$

$$\Rightarrow (1 + 3x^2)^2 = 1 + 6x^2 + 3^2 x^{2 \times 2};$$

$$\therefore (1 + 3x^2)^2 = 1 + 6x^2 + 9x^4.$$

8. $(2x + 3y)^2$

Solución:

$$(2x + 3y)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(3y) + (3y)^2;$$

$$\therefore (2x + 3y)^2 = 4x^2 + 12xy + 9y^2.$$

9. $(a^2x + by^2)^2$

Solución:

$$(a^2x + by^2)^2 = (a^2x)^2 + 2(a^2x)(by^2) + (by^2)^2,$$

$$\Rightarrow (a^2x + by^2)^2 = a^{2 \times 2} x^2 + 2a^2 b x y^2 + b^2 y^{2 \times 2};$$

$$\therefore (a^2x + by^2)^2 = a^4 x^2 + 2a^2 b x y^2 + b^2 y^4.$$

b) Cuadrado de la diferencia de dos cantidades

Procedimiento

1. Se identifica tanto el primero como el segundo término del binomio
2. "El cuadrado de la diferencia de dos cantidades es igual a, el cuadrado de la primera cantidad, menos el doble producto de la primera cantidad por la segunda, más el cuadrado de la segunda cantidad"
3. Para elevar un monomio al cuadrado, se eleva el coeficiente al cuadrado y se multiplica el exponente de cada letra por 2

1. $(a - 3)^2$

Solución:

$$(a - 3)^2 = a^2 - 2(a)(3) + 3^2;$$

$$\therefore (a - 3)^2 = a^2 - 6a + 9.$$

2. $(x - 7)^2$

Solución:

$$(x - 7)^2 = x^2 - 2(x)(7) + 7^2;$$

$$\therefore (x - 7)^2 = x^2 - 14x + 49.$$

3. $(9 - a)^2$

Solución:

$$(9 - a)^2 = 9^2 - 2(9)(a) + a^2;$$

$$\therefore (9 - a)^2 = 81 - 18a + a^2.$$

4. $(2a - 3b)^2$

Solución:

$$(2a - 3b)^2 = (2a)^2 - 2(2a)(3b) + (3b)^2;$$

$$\therefore (2a - 3b)^2 = 4a^2 - 12ab + 9b^2.$$

5. $(4ax - 1)^2$

Solución:

$$(4ax - 1)^2 = (4ax)^2 - 2(4ax)(1) + 1^2;$$

$$\therefore (4ax - 1)^2 = 16a^2x^2 - 8ax + 1.$$

6. $(a^3 - b^3)^2$

Solución:

$$(a^3 - b^3)^2 = (a^3)^2 - 2(a^3)(b^3) + (b^3)^2 = a^{2 \times 3} - 2a^3b^3 + b^{2 \times 3};$$

$$\therefore (a^3 - b^3)^2 = a^6 - 2a^3b^3 + b^6.$$

7. $(3a^4 - 5b^2)^2$

Solución:

$$(3a^4 - 5b^2)^2 = (3a^4)^2 - 2(3a^4)(5b^2) + (5b^2)^2 = 3^2a^{2 \times 4} - 30a^4b^2 + 5^2b^{2 \times 2};$$

$$\therefore (3a^4 - 5b^2)^2 = 9a^8 - 30a^4b^2 + 25b^4.$$

c) Producto de la suma por la diferencia de dos cantidades

Procedimiento

1. "El producto de la suma por la diferencia de dos cantidades es igual al cuadrado del minuendo menos el cuadrado del sustraendo"
2. Para elevar un monomio al cuadrado, se eleva el coeficiente al cuadrado y se multiplica el exponente de cada letra por 2.

1. $(x + y)(x - y)$

Solución:

$$(x + y)(x - y) = x^2 - y^2.$$

2. $(m - n)(m + n)$

Solución:

$$(m - n)(m + n) = (m + n)(m - n) = m^2 - n^2.$$

3. $(a - x)(x + a)$

Solución:

$$(a - x)(x + a) = (a - x)(a + x) \quad \text{(cambiando el orden de los sumandos en el segundo paréntesis),}$$

$$\Rightarrow (a - x)(x + a) = (a + x)(a - x) \quad \text{(cambiando el orden de los factores);}$$

$$\therefore (a - x)(x + a) = a^2 - x^2.$$

4. $(x^2 + a^2)(x^2 - a^2)$

Solución:

$$(x^2 + a^2)(x^2 - a^2) = (x^2)^2 - (a^2)^2 = x^{2 \times 2} - a^{2 \times 2};$$

$$\therefore (x^2 + a^2)(x^2 - a^2) = x^4 - a^4$$

5. $(2a - 1)(1 + 2a)$

Solución:

$$\begin{aligned} (2a - 1)(1 + 2a) &= (2a - 1)(2a + 1) && \text{(cambiando el orden de los sumandos en el segundo paréntesis),} \\ \Rightarrow (2a - 1)(1 + 2a) &= (2a + 1)(2a - 1) && \text{(cambiando el orden de los factores);} \\ \therefore (2a - 1)(1 + 2a) &= (2a)^2 - 1^2 = 4a^2 - 1. \end{aligned}$$

6. $(n - 1)(n + 1)$

Solución:

$$(n - 1)(n + 1) = (n + 1)(n - 1)(n + 1) = n^2 - 1.$$

7. $(1 - 3ax)(3ax + 1)$

Solución:

$$\begin{aligned} (1 - 3ax)(3ax + 1) &= (1 - 3ax)(1 + 3ax) && \text{(cambiando el orden de los sumandos en el segundo paréntesis),} \\ \Rightarrow (1 - 3ax)(3ax + 1) &= (1 + 3ax)(1 - 3ax) && \text{(cambiando el orden de los factores);} \\ \therefore (1 - 3ax)(3ax + 1) &= 1^2 - (3ax)^2 = 1 - 9a^2x^2. \end{aligned}$$

1. $(x + y + z)(x + y - z)$

Solución:

$$\begin{aligned} (x + y + z)(x + y - z) &= [(x + y) + z][(x + y) - z] && \text{(agrupando convenientemente),} \\ \Rightarrow (x + y + z)(x + y - z) &= (x + y)^2 - z^2; \\ \therefore (x + y + z)(x + y - z) &= x^2 + 2xy + y^2 - z^2 && \text{(desarrollando el cuadrado de la suma).} \end{aligned}$$

2. $(x - y + z)(x + y - z)$

Solución:

$$\begin{aligned} (x - y + z)(x + y - z) &= [x - (y - z)][x + (y - z)] && \text{(agrupando convenientemente),} \\ \Rightarrow (x - y + z)(x + y - z) &= x^2 - (y - z)^2, \\ \Rightarrow (x - y + z)(x + y - z) &= x^2 - (y^2 - 2yz + z^2) && \text{(desarrollando el cuadrado de la diferencia);} \\ \therefore (x - y + z)(x + y - z) &= x^2 - y^2 + 2yz - z^2 && \text{(destruyendo paréntesis).} \end{aligned}$$

3. $(x + y + z)(x - y - z)$

Solución:

$$\begin{aligned} (x + y + z)(x - y - z) &= [x + (y + z)][x - (y + z)] && \text{(agrupando convenientemente),} \\ \Rightarrow (x + y + z)(x - y - z) &= x^2 - (y + z)^2, \\ \Rightarrow (x + y + z)(x - y - z) &= x^2 - (y^2 + 2yz + z^2) && \text{(desarrollando el cuadrado de la suma);} \\ \therefore (x + y + z)(x - y - z) &= x^2 - y^2 - 2yz - z^2 && \text{(destruyendo paréntesis).} \end{aligned}$$

4. $(m+n+1)(m+n-1)$

Solución:

$$(m+n+1)(m+n-1) = [(m+n)+1][(m+n)-1] \quad \{\text{agrupando convenientemente}\},$$

$$\Rightarrow (m+n+1)(m+n-1) = (m+n)^2 - 1^2;$$

$$\therefore (m+n+1)(m+n-1) = m^2 + 2mn + n^2 - 1 \quad \{\text{desarrollando el cuadrado de la suma}\}$$

5. $(m-n-1)(m-n+1)$

Solución:

$$(m-n-1)(m-n+1) = [(m-n)-1][(m-n)+1] \quad \{\text{agrupando convenientemente}\},$$

$$\Rightarrow (m-n-1)(m-n+1) = (m-n)^2 - 1^2,$$

$$\therefore (m-n-1)(m-n+1) = m^2 - 2mn + n^2 - 1 \quad \{\text{desarrollando el cuadrado de la diferencia}\}.$$

6. $(x+y-2)(x-y+2)$

Solución:

$$(x+y-2)(x-y+2) = [x+(y-2)][x-(y-2)] \quad \{\text{agrupando convenientemente}\},$$

$$\Rightarrow (x+y-2)(x-y+2) = x^2 - (y-2)^2,$$

$$\Rightarrow (x+y-2)(x-y+2) = x^2 - (y^2 - 4y + 4) \quad \{\text{desarrollando el cuadrado de la diferencia}\};$$

$$\therefore (x+y-2)(x-y+2) = x^2 - y^2 + 4y - 4 \quad \{\text{destruyendo paréntesis}\}.$$

7. $(n^2+2n+1)(n^2-2n-1)$

Solución:

$$(n^2+2n+1)(n^2-2n-1) = [n^2+(2n+1)][n^2-(2n+1)] \quad \{\text{agrupando convenientemente}\},$$

$$\Rightarrow (n^2+2n+1)(n^2-2n-1) = n^4 - (2n+1)^2,$$

$$\Rightarrow (n^2+2n+1)(n^2-2n-1) = n^4 - (4n^2 + 4n + 1) \quad \{\text{desarrollando el cuadrado de la suma}\};$$

$$\therefore (n^2+2n+1)(n^2-2n-1) = n^4 - 4n^2 - 4n - 1 \quad \{\text{destruyendo paréntesis}\}.$$

d) Cubo de un binomio

Procedimiento

1. Se desarrolla el paréntesis, observando si se trata del cubo, de la suma o la diferencia de dos cantidades; en el primer caso se procede como indica el paso 2, en el segundo caso se aplica el enunciado del paso 3:

2. "El cubo de la suma de dos cantidades es igual al cubo de la primera cantidad más el triplo del cuadrado de la primera por la segunda, más el triplo de la primera por el cuadrado de la segunda, más el cubo de la segunda"

3. "El cubo de la diferencia de dos cantidades es igual al cubo de la primera cantidad menos el triplo del cuadrado de la primera por la segunda, más el triplo de la primera por el cuadrado de la segunda, menos el cubo de la segunda"

4. Para elevar un monomio al cuadrado, se eleva el coeficiente al cuadrado y se multiplica el exponente de cada letra por 2.

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

1.

1. $(a+2)^3$

Solución:

$$(a+2)^3 = a^3 + 3a^2(2) + 3a(2^2) + 2^3 = a^3 + 3a^2(2) + 3a(4) + 8;$$

$$\therefore (a+2)^3 = a^3 + 6a^2 + 12a + 8.$$

2. $(x-1)^3$

Solución:

$$(x-1)^3 = x^3 - 3x^2(1) + 3x(1^2) - 1^3;$$

$$\therefore (x-1)^3 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1.$$

3. $(m+3)^3$

Solución:

$$(m+3)^3 = m^3 + 3m^2(3) + 3m(3^2) + 3^3 = m^3 + 3m^2(3) + 3m(9) + 27;$$

$$\therefore (m+3)^3 = m^3 + 9m^2 + 27m + 27.$$

4. $(n-4)^3$

Solución:

$$(n-4)^3 = n^3 - 3n^2(4) + 3n(4^2) - 4^3 = n^3 - 3n^2(4) + 3n(16) - 64;$$

$$\therefore (n-4)^3 = n^3 - 12n^2 + 48n - 64.$$

5. $(2x+1)^3$

Solución:

$$(2x+1)^3 = (2x)^3 + 3(2x)^2(1) + 3(2x)(1^2) + 1^3 = 8x^3 + 3(4x^2) + 3(2x) + 1;$$

$$\therefore (2x+1)^3 = 8x^3 + 12x^2 + 6x + 1.$$

6. $(1-3y)^3$

Solución:

$$(1-3y)^3 = 1^3 - 3(1^2)(3y) + 3(1)(3y)^2 - (3y)^3 = 1 - 3(1)(3y) + 3(1)(9y^2) - 27y^3;$$

$$\therefore (1-3y)^3 = 1 - 9y + 27y^2 - 27y^3.$$

7. $(2+y^2)^3$

Solución:

$$(2+y^2)^3 = 2^3 + 3(2^2)(y^2) + 3(2)(y^2)^2 + (y^2)^3 = 8 + 3(4)(y^2) + 3(2)(y^4) + y^6;$$

$$\therefore (2+y^2)^3 = 8 + 12y^2 + 6y^4 + y^6.$$

e) Producto de dos binomios de la forma $(x + a)(x + b)$

I

Procedimiento

1. El desarrollo de los paréntesis da un trinomio
2. El primer término será el cuadrado del primer término de los paréntesis (igual en ambos)
3. El segundo término será el producto de la suma de los términos independientes por el primer término común de los paréntesis
4. El tercer término será el producto de los términos independientes

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

$$1. (a + 1)(a + 2)$$

Solución:

$$(a + 1)(a + 2) = a^2 + (1 + 2)a + 1 \times 2;$$

$$\therefore (a + 1)(a + 2) = a^2 + 3a + 2.$$

$$2. (x + 2)(x + 4)$$

Solución:

$$(x + 2)(x + 4) = x^2 + (2 + 4)x + 2 \times 4;$$

$$\therefore (x + 2)(x + 4) = x^2 + 6x + 8.$$

$$3. (x + 5)(x - 2)$$

Solución:

$$(x + 5)(x - 2) = x^2 + (5 - 2)x + 5 \times (-2);$$

$$\therefore (x + 5)(x - 2) = x^2 + 3x - 10.$$

$$4. (m - 6)(m - 5)$$

Solución:

$$(m - 6)(m - 5) = m^2 + (-6 - 5)m + (-6) \times (-5);$$

$$\therefore (m - 6)(m - 5) = m^2 - 11m + 30.$$

$$5. (x + 7)(x - 3)$$

Solución:

$$(x + 7)(x - 3) = x^2 + (7 - 3)x + 7 \times (-3);$$

$$\therefore (x + 7)(x - 3) = x^2 + 4x - 21.$$

$$6. (x + 2)(x - 1)$$

Solución:

$$(x + 2)(x - 1) = x^2 + (2 - 1)x + 2 \times (-1);$$

$$\therefore (x + 2)(x - 1) = x^2 + x - 2.$$

Ejercicios varios.

1. $(x+2)^2$

Solución:

$$(x+2)^2 = x^2 + 2x(2) + 2^2 \quad \{\text{desarrollando el cuadrado de la suma};\}$$

$$\therefore (x+2)^2 = x^2 + 4x + 4.$$

2. $(x+2)(x+3)$

Solución:

$$(x+2)(x+3) = x^2 + (2+3)x + 2 \times 3,$$

$$\therefore (x+2)(x+3) = x^2 + 5x + 6.$$

3. $(x+1)(x-1)$

Solución:

$$(x+1)(x-1) = x^2 - 1^2 \quad \{\text{desarrollando el producto de la suma por la diferencia de dos cantidades}\}$$

$$\therefore (x+1)(x-1) = x^2 - 1.$$

4. $(x-1)^2$

Solución:

$$(x-1)^2 = x^2 - 2x(1) + 1^2 \quad \{\text{desarrollando el cuadrado de la diferencia de dos cantidades};\}$$

$$\therefore (x-1)^2 = x^2 - 2x + 1.$$

5. $(n+3)(n+5)$

Solución:

$$(n+3)(n+5) = n^2 + (3+5)n + 3 \times 5,$$

$$\therefore (n+3)(n+5) = n^2 + 8n + 15.$$

6. $(m-3)(m+3)$

Solución:

$$(m-3)(m+3) = m^2 - 3^2 \quad \{\text{desarrollando el producto de la suma por la diferencia de dos cantidades};\}$$

$$\therefore (m-3)(m+3) = m^2 - 9.$$

7. $(a+b-1)(a+b+1)$

Solución:

$$(a+b-1)(a+b+1) = [(a+b)-1][(a+b)+1] \quad \{\text{agrupand convenientemente},\}$$

$$\Rightarrow (a+b-1)(a+b+1) = (a+b)^2 - 1^2 \quad \{\text{desarrollando la suma por la diferencia de dos cantidades};\}$$

$$\therefore (a+b-1)(a+b+1) = a^2 + 2a + b^2 - 1 \quad \{\text{desarrollando el cuadrado del binomio}\}.$$

8. $(1+b)^3$

Solución:

$$(1+b)^3 = 1^3 + 3(1^2)b + 3(1)b^2 + b^3 \quad \text{(desarrollando el cubo de un binomio)}$$

$$\therefore (1+b)^3 = 1 + 3b + 3b^2 + b^3.$$

9. $(a^2 + 4)(a^2 - 4)$

Solución:

$$(a^2 + 4)(a^2 - 4) = (a^2)^2 - 4^2 \quad \text{((desarrollando el producto de la suma por la diferencia de dos cantidades);}$$

$$\therefore (n+3)(n+5) = a^4 - 16.$$

10. $(3ab - 5x^2)^2$

Solución:

$$(3ab - 5x^2)^2 = (3ab)^2 - 2(3ab)(5x^2) + (5x^2)^2 \quad \text{(cuadrado de un binomio);}$$

$$\therefore (3ab - 5x^2)^2 = 9a^2b^2 - 30abx^2 + 25x^4.$$

e) Factor común

Procedimiento

1. Se identifica el factor común
2. Se divide cada término del polinomio por el factor común
3. Se escribe el factor común y a continuación, dentro de un paréntesis, los cocientes hallados en el paso anterior (cada uno precedido de su respectivo signo)

1. $a^2 + ab$

Solución:

$$a^2 + ab$$

El factor común es a

$$a^2 \div a = a$$

$$ab \div a = b$$

De tal manera que:

$$a^2 + ab = a(a + b).$$

2. $b + b^2$

Solución:

$$b + b^2$$

El factor común es b

$$b \div b = 1$$

$$b^2 \div b = b$$

De tal manera que:

$$b + b^2 = b(1 + b).$$

3. $x^2 + x$

Solución:

$$x^2 + x$$

El factor común es x

$$x^2 \div x = x$$

$$x \div x = 1$$

De tal manera que:

$$x^2 + x = x(x + 1).$$

4. $3a^3 - a^2$

Solución:

$$3a^3 - a^2$$

El factor común es a^2

$$3a^3 \div a^2 = 3a$$

$$a^2 \div a^2 = 1$$

De tal manera que:

$$3a^3 - a^2 = a^2(3a - 1).$$

5. $x^3 - 4x^4$

Solución:

$$x^3 - 4x^4$$

El factor común es x^3

$$x^3 \div x^3 = 1$$

$$4x^4 \div x^3 = 4x$$

De tal manera que:

$$x^3 - 4x^4 = x^3(1 - 4x).$$

6. $5m^2 + 15m^3$

Solución:

$$5m^2 + 15m^3$$

El factor común es $5m^2$

$$15m^3 \div 5m^2 = 3m$$

$$5m^2 \div 5m^2 = 1$$

De tal manera que:

$$5m^2 + 15m^3 = 5m^2(3m + 1).$$

7. $ab - bc$

Solución:

$$ab - bc$$

El factor común es b

$$ab \div b = a$$

$$bc \div b = c$$

De tal manera que:

$$ab - bc = b(a - c).$$

8. $x^2y + x^2z$

Solución:

$$x^2y + x^2z$$

El factor común es x^2

$$x^2y \div x^2 = y$$

$$x^2z \div x^2 = z$$

De tal manera que:

$$x^2y + x^2z = x^2(y + z).$$

9. $2a^2x + 6ax^2$

Solución:

$$2a^2x + 6ax^2$$

El factor común es $2ax$

$$2a^2x \div 2ax = a$$

$$6ax^2 \div 2ax = 3x$$

De tal manera que:

$$2a^2x + 6ax^2 = 2ax(a + 3x).$$

10. $8m^2 - 12mn$

Solución:

$$8m^2 - 12mn$$

El factor común es $4m$

$$8m^2 \div 4m = 2m$$

$$12mn \div 4m = 3n$$

De tal manera que:

$$8m^2 - 12mn = 4m(2m - 3n).$$

11. $9a^3x^2 - 18ax^3$

Solución:

$$9a^3x^2 - 18ax^3$$

El factor común es $9ax^2$

$$9a^3x^2 \div 9ax^2 = a^2$$

$$18ax^3 \div 9ax^2 = 2x$$

De tal manera que:

$$9a^3x^2 - 18ax^3 = 9ax^2(a^2 - 2x).$$

12. $15c^3d^2 + 60c^2d^3$

Solución:

$$15c^3d^2 + 60c^2d^3$$

El factor común es $15c^2d^2$

$$15c^3d^2 \div 15c^2d^2 = c$$

$$60c^2d^3 \div 15c^2d^2 = 4d$$

De tal manera que:

$$15c^3d^2 + 60c^2d^3 = 15c^2d^2(c + 4d).$$

1. $a(x+1) + b(x+1)$

Solución:

$$a(x+1) + b(x+1)$$

El factor común es $(x+1)$

$$a(x+1) \div (x+1) = a$$

$$b(x+1) \div (x+1) = b$$

De tal manera que:

$$a(x+1) + b(x+1) = (x+1)(a+b).$$

2. $x(a+1) - 3(a+1)$

Solución:

$$x(a+1) - 3(a+1)$$

El factor común es $(a+1)$

$$x(a+1) \div (a+1) = x$$

$$3(a+1) \div (a+1) = 3$$

De tal manera que:

$$x(a+1) - 3(a+1) = (a+1)(x-3).$$

3. $2(x-1) + y(x-1)$

Solución:

$$2(x-1) + y(x-1)$$

El factor común es $(x-1)$

$$2(x-1) \div (x-1) = 2$$

$$y(x-1) \div (x-1) = y$$

De tal manera que:

$$2(x-1) + y(x-1) = (x-1)(2+y).$$

6. $a(n+2) + n+2$

Solución:

$$a(n+2) + n+2 = a(n+2) + (n+2) \quad \text{(asociando convenientemente)}$$

El factor común es $(n+2)$

$$a(n+2) \div (n+2) = a$$

$$(n+2) \div (n+2) = 1$$

De tal manera que:

$$a(n+2) + n+2 = (n+2)(a+1).$$

4. $m(a-b) + (a-b)n$

Solución:

$$m(a-b) + (a-b)n$$

El factor común es $(a-b)$

$$m(a-b) \div (a-b) = m$$

$$(a-b)n \div (a-b) = n$$

De tal manera que:

$$m(a-b) + (a-b)n = (a-b)(m+n).$$

5. $2x(n-1) - 3y(n-1)$

Solución:

$$2x(n-1) - 3y(n-1)$$

El factor común es $(n-1)$

$$2x(n-1) \div (n-1) = 2x$$

$$3y(n-1) \div (n-1) = 3y$$

De tal manera que:

$$2x(n-1) - 3y(n-1) = (n-1)(2x-3y).$$

$$7. x(a+1) - a - 1$$

Solución:

$$x(a+1) - a - 1 = x(a+1) - (a+1) \quad \{\text{factorizando los dos últimos términos por } -1\}$$

El factor común es $(a+1)$

$$x(a+1) \div (a+1) = x$$

$$(a+1) \div (a+1) = 1$$

De tal manera que:

$$x(a+1) - a - 1 = (a+1)(x-1).$$

f) Factor común por agrupación de términos

Procedimiento

1. Se agrupan los términos convenientemente, utilizando paréntesis
2. Se saca factor común de cada uno de los paréntesis
3. Se realiza una segunda factorización (el factor común será, en este caso, el paréntesis)

Factorizar o descomponer en dos factores:

$$1. a^2 + ab + ax + bx$$

Solución:

$$a^2 + ab + ax + bx = (a^2 + ab) + (ax + bx) \quad \{\text{agrupando convenientemente},$$

$$\Rightarrow a^2 + ab + ax + bx = a(a+b) + x(a+b) \quad \{\text{sacando factor común de cada paréntesis};$$

$$\therefore a^2 + ab + ax + bx = (a+b)(a+x) \quad \{\text{factor común } (a+b)\}.$$

$$2. am - bm + an - bn$$

Solución:

$$am - bm + an - bn = (am - bm) + (an - bn) \quad \{\text{agrupando convenientemente},$$

$$\Rightarrow am - bm + an - bn = m(a-b) + n(a-b) \quad \{\text{sacando factor común de cada paréntesis};$$

$$\therefore am - bm + an - bn = (a-b)(m+n) \quad \{\text{factor común } (a-b)\}.$$

$$3. ax - 2bx - 2ay + 4by$$

Solución:

$$ax - 2bx - 2ay + 4by = (ax - 2bx) + (-2ay + 4by) \quad \{\text{agrupando convenientemente},$$

$$\Rightarrow ax - 2bx - 2ay + 4by = x(a-2b) - 2y(a-2b) \quad \{\text{sacando factor común de cada paréntesis};$$

$$\therefore ax - 2bx - 2ay + 4by = (a-2b)(x-2y) \quad \{\text{factor común } (a-2b)\}.$$

$$4. a^2x^2 - 3bx^2 + a^2y^2 - 3by^2$$

Solución:

$$\begin{aligned} a^2x^2 - 3bx^2 + a^2y^2 - 3by^2 &= (a^2x^2 - 3bx^2) + (a^2y^2 - 3by^2) && \text{(agrupando convenientemente),} \\ \Rightarrow a^2 + ab + ax + bx &= x^2(a^2 - 3b) + y^2(a^2 - 3b) && \text{(sacando factor común de cada paréntesis);} \\ \therefore a^2 + ab + ax + bx &= (a^2 - 3b)(x^2 + y^2) && \text{(factor común } (a^2 - 3b)). \end{aligned}$$

$$5. 3m - 2n - 2nx^4 + 3mx^4$$

Solución:

$$\begin{aligned} 3m - 2n - 2nx^4 + 3mx^4 &= (3m - 2n) + (3mx^4 - 2nx^4) && \text{(agrupando convenientemente),} \\ \Rightarrow 3m - 2n - 2nx^4 + 3mx^4 &= (3m - 2n) + x^4(3m - 2n) && \text{(sacando factor común del último paréntesis);} \\ \therefore 3m - 2n - 2nx^4 + 3mx^4 &= (3m - 2n)(1 + x^4) && \text{(factor común } (3m - 2n)). \end{aligned}$$

$$6. x^2 - a^2 + x - a^2x$$

Solución:

$$\begin{aligned} x^2 - a^2 + x - a^2x &= (x^2 + x) + (-a^2x - a^2) && \text{(agrupando convenientemente),} \\ \Rightarrow x^2 - a^2 + x - a^2x &= x(x + 1) - a^2(x + 1) && \text{(sacando factor común de cada paréntesis);} \\ \therefore x^2 - a^2 + x - a^2x &= (x + 1)(x - a^2) && \text{(factor común } (x + 1)). \end{aligned}$$

$$7. 4a^3 - 1 - a^2 + 4a$$

Solución:

$$\begin{aligned} 4a^3 - 1 - a^2 + 4a &= (4a^3 + 4a) + (-a^2 - 1) && \text{(agrupando convenientemente),} \\ \Rightarrow 4a^3 - 1 - a^2 + 4a &= 4a(a^2 + 1) - (a^2 + 1) && \text{(sacando factor común de cada paréntesis);} \\ \therefore 4a^3 - 1 - a^2 + 4a &= (a^2 + 1)(4a - 1) && \text{(factor común } (a^2 + 1)). \end{aligned}$$

g) Trinomio cuadrado perfecto

Definición: Una cantidad es un **cuadrado perfecto** cuando es el resultado del producto de dos factores iguales.

Un trinomio cuadrado perfecto es de la forma general $a^2 + 2ab + b^2$ ó $a^2 - 2ab + b^2$ y, es el producto de los factores $(a + b)(a + b) = (a + b)^2$ ó bien $(a - b)(a - b) = (a - b)^2$; de tal manera que: $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ y $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$.

Procedimiento

1. Se ordena el trinomio
2. Se extrae la raíz cuadrada del primer y tercer términos
3. Se halla el doble producto de las raíces obtenidas en el paso anterior
4. Si el producto hallado en el paso anterior es igual al segundo término del trinomio y si el primero y tercer términos tienen igual signo, se trata de un trinomio cuadrado perfecto y se Factorizar como tal.
5. Se escribe dentro de un paréntesis las raíces cuadradas del primer y tercer término, separadas por el signo del segundo término, y el paréntesis elevado al cuadrado.

$$1. a^2 - 2ab + b^2$$

Solución:

$$a^2 - 2ab + b^2$$

a : raíz cuadrada del primer término del trinomio

b : raíz cuadrada del tercer término del trinomio

$2ab$ (doble producto de las raíces cuadradas del primer y tercer términos): segundo término del trinomio

Los signos del primero y tercer términos son ambos positivos

Por lo tanto, se trata de un trinomio cuadrado perfecto y, se factoriza como tal:

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2.$$

$$2. a^2 + 2ab + b^2$$

Solución:

$$a^2 + 2ab + b^2$$

a : raíz cuadrada del primer término del trinomio

b : raíz cuadrada del tercer término del trinomio

$2ab$ (doble producto de las raíces cuadradas del primer y tercer términos): segundo término del trinomio

Los signos del primero y tercer términos son ambos positivos

Por lo tanto, se trata de un trinomio cuadrado perfecto y, se factoriza como tal:

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2.$$

$$3. x^2 - 2x + 1$$

Solución:

$$x^2 - 2x + 1$$

x : raíz cuadrada del primer término del trinomio

1 : raíz cuadrada del tercer término del trinomio

$2x$ (doble producto de las raíces cuadradas del primer y tercer términos): segundo término del trinomio

Los signos del primero y tercer términos son ambos positivos

Por lo tanto, se trata de un trinomio cuadrado perfecto y, se factoriza como tal:

$$x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2.$$

$$4. y^4 + 1 + 2y^2$$

Solución:

$$y^4 + 1 + 2y^2 = y^4 + 2y^2 + 1 \quad \text{(ordenando el trinomio)}$$

y^2 : raíz cuadrada del primer término del trinomio

1 : raíz cuadrada del tercer término del trinomio

$2y^2$ (doble producto de las raíces cuadradas del primer y tercer términos): segundo término del trinomio

Los signos del primero y tercer términos son ambos positivos

Por lo tanto, se trata de un trinomio cuadrado perfecto y, se factoriza como tal:

$$y^4 + 1 + 2y^2 = y^4 + 2y^2 + 1 = (y^2 + 1)^2.$$

5. $a^2 - 10a + 25$

Solución:

$$a^2 - 10a + 25$$

a : raíz cuadrada del primer término del trinomio

5: raíz cuadrada del tercer término del trinomio

$10a$ (doble producto de las raíces cuadradas del primer y tercer términos): segundo término del trinomio

Los signos del primero y tercer términos son ambos positivos

Por lo tanto, se trata de un trinomio cuadrado perfecto y, se factoriza como tal:

$$a^2 - 10a + 25 = (a - 5)^2.$$

6. $9 - 6x + x^2$

Solución:

$$9 - 6x + x^2$$

3: raíz cuadrada del primer término del trinomio

x : raíz cuadrada del tercer término del trinomio

$6x$ (doble producto de las raíces cuadradas del primer y tercer términos): segundo término del trinomio

Los signos del primero y tercer términos son ambos positivos

Por lo tanto, se trata de un trinomio cuadrado perfecto y, se factoriza como tal:

$$9 - 6x + x^2 = (3 - x)^2.$$

7. $16 + 40x^2 + 25x^4$

Solución:

$$16 + 40x^2 + 25x^4$$

4: raíz cuadrada del primer término del trinomio

$5x^2$: raíz cuadrada del tercer término del trinomio

$40x^2$ (doble producto de las raíces cuadradas del primer y tercer términos): segundo término del trinomio

Los signos del primero y tercer términos son ambos positivos

Por lo tanto, se trata de un trinomio cuadrado perfecto y, se factoriza como tal:

$$16 + 40x^2 + 25x^4 = (4 + 5x^2)^2.$$

h) Diferencia de cuadrados perfectos

Procedimiento

1. Se extrae la raíz cuadrada al minuendo y al sustraendo
2. Se abren dos paréntesis
3. En el primer paréntesis se escribe la suma, y en el segundo la diferencia, de las raíces halladas en el paso 1.

1
1. $x^2 - y^2$

Solución:

$$x^2 - y^2$$

x : raíz cuadrada del minuendo

y : raíz cuadrada del sustraendo

De tal manera que:

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y).$$

2. $a^2 - 1$

Solución:

$$a^2 - 1$$

a : raíz cuadrada del minuendo

1: raíz cuadrada del sustraendo

De tal manera que:

$$a^2 - 1 = (a + 1)(a - 1).$$

1
3. $a^2 - 4$

Solución:

$$a^2 - 4$$

a : raíz cuadrada del minuendo

2: raíz cuadrada del sustraendo

De tal manera que:

$$a^2 - 4 = (a + 2)(a - 2).$$

4. $9 - b^2$

Solución:

$$9 - b^2$$

3: raíz cuadrada del minuendo

b : raíz cuadrada del sustraendo

De tal manera que:

$$9 - b^2 = (3 + b)(3 - b).$$

1

5. $1 - 4m^2$

Solución:

$$1 - 4m^2 = 1 - (2m)^2$$

1: raíz cuadrada del minuendo

2m: raíz cuadrada del sustraendo

De tal manera que:

$$1 - 4m^2 = (1 + 2m)(1 - 2m).$$

6. $16 - n^2$

Solución:

$$16 - n^2$$

4: raíz cuadrada del minuendo

n: raíz cuadrada del sustraendo

De tal manera que:

$$16 - n^2 = (4 + n)(4 - n).$$

7. $a^2 - 25$

Solución:

$$a^2 - 25$$

a: raíz cuadrada del minuendo

5: raíz cuadrada del sustraendo

De tal manera que:

$$a^2 - 25 = (a + 5)(a - 5).$$

8. $1 - y^2$

Solución:

$$1 - y^2$$

1: raíz cuadrada del minuendo

y: raíz cuadrada del sustraendo

De tal manera que:

$$1 - y^2 = (1 + y)(1 - y).$$

i) Diferencia de cuadrados perfectos (caso especial)**Procedimiento**

1. Se extrae la raíz cuadrada al minuendo y al sustraendo
2. Se abren dos paréntesis
3. En el primer paréntesis se escribe la suma, y en el segundo la diferencia, de las raíces halladas en el paso 1.
4. Se reduce, si es el caso

1. $(x + y)^2 - a^2$

Solución:

$$(x + y)^2 - a^2$$

 $x + y$: raíz cuadrada del minuendo

a: raíz cuadrada del sustraendo

De tal manera que:

$$(x + y)^2 - a^2 = (x + y + a)(x + y - a).$$

2. $4 - (a + 1)^2$

Solución:

$$4 - (a + 1)^2$$

2: raíz cuadrada del minuendo

a + 1: raíz cuadrada del sustraendo

De tal manera que:

$$4 - (a + 1)^2 = (2 + a + 1)[2 - (a + 1)] = (3 + a)[2 - a - 1]$$

$$\therefore 4 - (a + 1)^2 = (3 + a)(1 - a).$$

3. $9 - (m + n)^2$

Solución:

$$9 - (m + n)^2$$

3: raíz cuadrada del minuendo

$m + n$: raíz cuadrada del sustraendo

De tal manera que:

$$9 - (m + n)^2 = (3 + m + n)[3 - (m + n)]$$

$$\therefore 9 - (m + n)^2 = (3 + m + n)(3 - m - n)$$

4. $(m - n)^2 - 16$

Solución:

$$(m - n)^2 - 16$$

$m - n$: raíz cuadrada del minuendo

4: raíz cuadrada del sustraendo

De tal manera que:

$$(m - n)^2 - 16 = (m - n + 4)(m - n - 4).$$

5. $(x - y)^2 - 4z^2$

Solución:

$$(x - y)^2 - 4z^2 = (x - y)^2 - (2z)^2$$

$x - y$: raíz cuadrada del minuendo

$2z$: raíz cuadrada del sustraendo

De tal manera que:

$$(x - y)^2 - 4z^2 = (x - y)^2 - (2z)^2 = (x - y + 2z)(x - y - 2z).$$

6. $(a + 2b)^2 - 1$

Solución:

$$(a + 2b)^2 - 1$$

$a + 2b$: raíz cuadrada del minuendo

1: raíz cuadrada del sustraendo

De tal manera que:

$$(a + 2b)^2 - 1 = (a + 2b + 1)(a + 2b - 1).$$

j) Trinomio cuadrado perfecto y diferencia de cuadrados perfectos (combinación de estos dos casos)

Procedimiento

1. Se identifica el trinomio cuadrado perfecto (o los ...)
2. Se factoriza el trinomio cuadrado perfecto
3. Se factoriza la diferencia de cuadrados resultante
4. Se reduce, si es el caso

1. $a^2 + 2ab + b^2 - x^2$

Solución:

$$\begin{aligned} a^2 + 2ab + b^2 - x^2 &= (a^2 + 2ab + b^2) - x^2 && \text{\{agrupando convenientemente\},} \\ \Rightarrow a^2 + 2ab + b^2 - x^2 &= (a + b)^2 - x^2 && \text{\{factorizando el trinomio cuadrado perfecto\};} \\ \therefore a^2 + 2ab + b^2 - x^2 &= (a + b + x)(a + b - x) && \text{\{factorizando la diferencia de cuadrados\}.} \end{aligned}$$

2. $x^2 - 2xy + y^2 - m^2$

Solución:

$$\begin{aligned} x^2 - 2xy + y^2 - m^2 &= (x^2 - 2xy + y^2) - m^2 && \text{\{agrupando convenientemente\},} \\ \Rightarrow x^2 - 2xy + y^2 - m^2 &= (x - y)^2 - m^2 && \text{\{factorizando el trinomio cuadrado perfecto\};} \\ \therefore x^2 - 2xy + y^2 - m^2 &= (x - y + m)(x - y - m) && \text{\{factorizando la diferencia de cuadrados\}.} \end{aligned}$$

3. $m^2 + 2mn + n^2 - 1$

Solución:

$$\begin{aligned} m^2 + 2mn + n^2 - 1 &= (m^2 + 2mn + n^2) - 1 && \text{\{agrupando convenientemente\},} \\ \Rightarrow m^2 + 2mn + n^2 - 1 &= (m + n)^2 - 1 && \text{\{factorizando el trinomio cuadrado perfecto\};} \\ \therefore m^2 + 2mn + n^2 - 1 &= (m + n + 1)(m + n - 1) && \text{\{factorizando la diferencia de cuadrados\}.} \end{aligned}$$

4. $a^2 - 2a + 1 - b^2$

Solución:

$$\begin{aligned} a^2 - 2a + 1 - b^2 &= (a^2 - 2a + 1) - b^2 && \text{\{agrupando convenientemente\},} \\ \Rightarrow a^2 - 2a + 1 - b^2 &= (a - 1)^2 - b^2 && \text{\{factorizando el trinomio cuadrado perfecto\},} \\ \Rightarrow a^2 - 2a + 1 - b^2 &= (a - 1 + b)(a - 1 - b) && \text{\{factorizando la diferencia de cuadrados\};} \\ \therefore a^2 - 2a + 1 - b^2 &= (a + b - 1)(a - b - 1) && \text{\{ordenando\}.} \end{aligned}$$

5. $n^2 + 6n + 9 - c^2$

Solución:

$$\begin{aligned} n^2 + 6n + 9 - c^2 &= (n^2 + 6n + 9) - c^2 && \{\text{agrupando convenientemente}\}, \\ \Rightarrow n^2 + 6n + 9 - c^2 &= (n + 3)^2 - c^2 && \{\text{factorizando el trinomio cuadrado perfecto}\}, \\ \Rightarrow n^2 + 6n + 9 - c^2 &= (n + 3 + c)(n + 3 - c) && \{\text{factorizando la diferencia de cuadrados}\}, \\ \therefore n^2 + 6n + 9 - c^2 &= (n + c + 3)(n - c + 3) && \{\text{ordenando}\}. \end{aligned}$$

6. $a^2 + x^2 + 2ax - 4$

Solución:

$$\begin{aligned} a^2 + x^2 + 2ax - 4 &= (a^2 + 2ax + x^2) - 4 && \{\text{ordenando y agrupando convenientemente}\}, \\ \Rightarrow a^2 + x^2 + 2ax - 4 &= (a + x)^2 - 4 && \{\text{factorizando el trinomio cuadrado perfecto}\}, \\ \therefore a^2 + x^2 + 2ax - 4 &= (a + x + 2)(a + x - 2) && \{\text{factorizando la diferencia de cuadrados}\}. \end{aligned}$$

7. $a^2 + 4 - 4a - 9b^2$

Solución:

$$\begin{aligned} a^2 + 4 - 4a - 9b^2 &= (a^2 - 4a + 4) - 9b^2 && \{\text{ordenando y agrupando convenientemente}\}, \\ \Rightarrow a^2 + 4 - 4a - 9b^2 &= (a - 2)^2 - 9b^2 && \{\text{factorizando el trinomio cuadrado perfecto}\}, \\ \Rightarrow a^2 + 4 - 4a - 9b^2 &= (a - 2 + 3b)(a - 2 - 3b) && \{\text{factorizando la diferencia de cuadrados}\}, \\ \therefore a^2 + 4 - 4a - 9b^2 &= (a + 3b - 2)(a - 3b - 2) && \{\text{ordenando}\}. \end{aligned}$$

k) Trinomio cuadrado perfecto por adición y sustracción

Procedimiento

1. Se ordena el trinomio
2. Se extrae la raíz cuadrada del primer y tercer términos
3. Se halla el doble producto de las raíces halladas en el paso anterior
4. Se compara el resultado obtenido en el paso anterior con el segundo término del trinomio
5. Se suma o resta, según el caso, la cantidad necesaria para crear el segundo término del trinomio cuadrado perfecto
6. Se resta o se suma la misma cantidad que se sumo o resto en el paso anterior, para que el valor de la expresión no se altere

1. $a^4 + a^2 + 1$

Solución:

$$a^4 + a^2 + 1$$

a^2 : raíz cuadrada del primer término del trinomio

1: raíz cuadrada del tercer término del trinomio

$2a^2$: doble producto de las raíces cuadradas del primer y tercer términos

Por lo tanto, para obtener un trinomio cuadrado perfecto debemos añadir a^2 ; y, para compensar, también debemos restar a^2 , en la expresión dada:

$$a^4 + a^2 + 1 = a^4 + a^2 + 1 + (a^2 - a^2) = (a^4 + 2a^2 + 1) - a^2,$$

$$\Rightarrow a^4 + a^2 + 1 = (a^2 + 1)^2 - a^2 \quad \text{(factorizando el trinomio cuadrado perfecto),}$$

$$\Rightarrow a^4 + a^2 + 1 = (a^2 + 1 + a)(a^2 + 1 - a) \quad \text{(factorizando la diferencia de cuadrados);}$$

$$\therefore a^4 + a^2 + 1 = (a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) \quad \text{(ordenando).}$$

2. $m^4 + m^2n^2 + n^4$

Solución:

$$m^4 + m^2n^2 + n^4$$

m^2 : raíz cuadrada del primer término del trinomio

n^2 : raíz cuadrada del tercer término del trinomio

$2m^2n^2$: doble producto de las raíces cuadradas del primer y tercer términos

Por lo tanto, para obtener un trinomio cuadrado perfecto debemos añadir m^2n^2 ; y, para compensar, también debemos restar m^2n^2 , en la expresión dada:

$$m^4 + m^2n^2 + n^4 = m^4 + m^2n^2 + n^4 + (m^2n^2 - m^2n^2) = (m^4 + 2m^2n^2 + n^4) - m^2n^2,$$

$$\Rightarrow m^4 + m^2n^2 + n^4 = (m^2 + n^2)^2 - m^2n^2 \quad \text{(factorizando el trinomio cuadrado perfecto),}$$

$$\Rightarrow m^4 + m^2n^2 + n^4 = (m^2 + n^2 + mn)(m^2 + n^2 - mn) \quad \text{(factorizando la diferencia de cuadrados);}$$

$$\therefore m^4 + m^2n^2 + n^4 = (m^2 + mn + n^2)(m^2 - mn + n^2) \quad \text{(ordenando).}$$

3. $x^8 + 3x^4 + 4$

Solución:

$$x^8 + 3x^4 + 4$$

x^4 : raíz cuadrada del primer término del trinomio

2: raíz cuadrada del tercer término del trinomio

$4x^4$: doble producto de las raíces cuadradas del primer y tercer términos

Por lo tanto, para obtener un trinomio cuadrado perfecto debemos añadir x^4 ; y, para compensar, también debemos restar x^4 , en la expresión dada:

$$x^8 + 3x^4 + 4 = x^8 + 3x^4 + 4 + (x^4 - x^4) = (x^8 + 4x^4 + 4) - x^4,$$

$$\Rightarrow x^8 + 3x^4 + 4 = (x^4 + 2)^2 - x^4 \quad \text{(factorizando el trinomio cuadrado perfecto),}$$

$$\Rightarrow x^8 + 3x^4 + 4 = (x^4 + 2 + x^2)(x^4 + 2 - x^2) \quad \text{(factorizando la diferencia de cuadrados);}$$

$$\therefore x^8 + 3x^4 + 4 = (x^4 + x^2 + 2)(x^4 - x^2 + 2) \quad \text{(ordenando).}$$

4. $a^4 + 2a^2 + 9$

Solución:

$$a^4 + 2a^2 + 9$$

a^2 : raíz cuadrada del primer término del trinomio

3: raíz cuadrada del tercer término del trinomio

$6a^2$: doble producto de las raíces cuadradas del primer y tercer términos

Por lo tanto, para obtener un trinomio cuadrado perfecto debemos añadir $4a^2$; y, para compensar, también debemos restar $4a^2$, en la expresión dada:

$$a^4 + 2a^2 + 9 = a^4 + 2a^2 + 9 + (4a^2 - 4a^2) = (a^4 + 6a^2 + 9) - 4a^2,$$

$$\Rightarrow a^4 + 2a^2 + 9 = (a^2 + 3)^2 - 4a^2 \quad \text{(factorizando el trinomio cuadrado perfecto),}$$

$$\Rightarrow a^4 + 2a^2 + 9 = (a^2 + 3 + 2a)(a^2 + 3 - 2a) \quad \text{(factorizando la diferencia de cuadrados);}$$

$$\therefore a^4 + 2a^2 + 9 = (a^2 + 2a + 3)(a^2 - 2a + 3) \quad \text{(ordenando).}$$

5. $a^4 - 3a^2b^2 + b^4$

Solución:

$$a^4 - 3a^2b^2 + b^4$$

a^2 : raíz cuadrada del primer término del trinomio

b^2 : raíz cuadrada del tercer término del trinomio

$2a^2b^2$: doble producto de las raíces cuadradas del primer y tercer términos

$$a^4 - 3a^2b^2 + b^4 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4 - a^2b^2 = (a^4 - 2a^2b^2 + b^4) - a^2b^2,$$

$$\Rightarrow a^4 - 3a^2b^2 + b^4 = (a^2 - b^2)^2 - a^2b^2 \quad \text{(factorizando el trinomio cuadrado perfecto),}$$

$$\Rightarrow a^4 - 3a^2b^2 + b^4 = (a^2 - b^2 + ab)(a^2 - b^2 - ab) \quad \text{(factorizando la diferencia de cuadrados);}$$

$$\therefore a^4 - 3a^2b^2 + b^4 = (a^2 + ab - b^2)(a^2 - ab - b^2) \quad \text{(ordenando).}$$

6. $x^4 - 6x^2 + 1$

Solución:

$$a^4 + 2a^2 + 9$$

a^2 : raíz cuadrada del primer término del trinomio

3: raíz cuadrada del tercer término del trinomio

$6a^2$: doble producto de las raíces cuadradas del primer y tercer términos

Por lo tanto, para obtener un trinomio cuadrado perfecto debemos añadir $4a^2$; y, para compensar, también debemos restar $4a^2$, en la expresión dada:

$$a^4 + 2a^2 + 9 = a^4 + 2a^2 + 9 + (4a^2 - 4a^2) = (a^4 + 6a^2 + 9) - 4a^2,$$

$$\Rightarrow a^4 + 2a^2 + 9 = (a^2 + 3)^2 - 4a^2 \quad \text{(factorizando el trinomio cuadrado perfecto),}$$

$$\Rightarrow a^4 + 2a^2 + 9 = (a^2 + 3 + 2a)(a^2 + 3 - 2a) \quad \text{(factorizando la diferencia de cuadrados);}$$

$$\therefore a^4 + 2a^2 + 9 = (a^2 + 2a + 3)(a^2 - 2a + 3) \quad \text{(ordenando).}$$

I) Trinomio cuadrado perfecto por adición y sustracción

Factorizar una suma de dos cuadrados

Procedimiento

1. Se extrae la raíz cuadrada de ambos términos
2. Se halla el doble producto de las raíces halladas en el paso anterior
3. Se suma y se resta el producto hallado en el paso anterior
4. Se factoriza el trinomio cuadrado perfecto así formado
5. Se factoriza la diferencia de cuadrados

1. $x^4 + 64y^4$

Solución:

$$x^4 + 64y^4$$

x^2 y $8y^2$: raíz cuadrada de cada uno de los términos

$16x^2y^2$: doble producto de las raíces de los términos dados

De tal manera que:

$$x^4 + 64y^4 = x^4 + 64y^4 + (16x^2y^2 - 16x^2y^2) = (x^4 + 16x^2y^2 + 64y^4) - 16x^2y^2,$$

$$\Rightarrow x^4 + 64y^4 = (x^2 + 8y^2)^2 - 16x^2y^2 \quad \text{(factorizando el trinomio cuadrado perfecto),}$$

$$\Rightarrow x^4 + 64y^4 = (x^2 + 8y^2 + 4xy)(x^2 + 8y^2 - 4xy) \quad \text{(factorizando la diferencia de cuadrados);}$$

$$\therefore x^4 + 64y^4 = (x^2 + 4xy + 8y^2)(x^2 - 4xy + 8y^2) \quad \text{(ordenando).}$$

2. $4x^8 + y^8$

Solución:

$$4x^8 + y^8$$

$2x^4$ y y^4 : raíz cuadrada de cada uno de los términos

$4x^4y^4$: doble producto de las raíces de los términos dados

De tal manera que:

$$4x^8 + y^8 = 4x^8 + y^8 + (4x^4y^4 - 4x^4y^4) = (4x^8 + 4x^4y^4 + y^8) - 4x^4y^4,$$

$$\Rightarrow 4x^8 + y^8 = (2x^4 + y^4)^2 - 4x^4y^4 \quad \text{(factorizando el trinomio cuadrado perfecto),}$$

$$\Rightarrow 4x^8 + y^8 = (2x^4 + y^4 + 2x^2y^2)(2x^4 + y^4 - 2x^2y^2) \quad \text{(factorizando la diferencia de cuadrados);}$$

$$\therefore 4x^8 + y^8 = (2x^4 + 2x^2y^2 + y^4)(2x^4 - 2x^2y^2 + y^4) \quad \text{(ordenando).}$$

3. $a^4 + 324b^4$

Solución:

$$a^4 + 324b^4$$

a^2 y $18b^2$: raíz cuadrada de cada uno de los términos

$36a^2b^2$: doble producto de las raíces de los términos dados

De tal manera que:

$$a^4 + 324b^4 = a^4 + 324b^4 + (36a^2b^2 - 36a^2b^2) = (a^4 + 36a^2b^2 + 324b^4) - 36a^2b^2,$$

$$\Rightarrow a^4 + 324b^4 = (a^2 + 18b^2)^2 - 36a^2b^2 \quad \text{(factorizando el trinomio cuadrado perfecto),}$$

$$\Rightarrow a^4 + 324b^4 = (a^2 + 18b^2 + 6ab)(a^2 + 18b^2 - 6ab) \quad \text{(factorizando la diferencia de cuadrados);}$$

$$\therefore a^4 + 324b^4 = (a^2 + 6ab + 18b^2)(a^2 - 6ab + 18b^2) \quad \text{(ordenando).}$$

4. $4m^4 + 81n^4$

Solución:

$$4m^4 + 81n^4$$

$2m^2$ y $9n^2$: raíz cuadrada de cada uno de los términos

$36m^2n^2$: doble producto de las raíces de los términos dados

De tal manera que:

$$4m^4 + 81n^4 = 4m^4 + 81n^4 + (36m^2n^2 - 36m^2n^2) = (4m^4 + 36m^2n^2 + 81n^4) - 36m^2n^2,$$

$$\Rightarrow 4m^4 + 81n^4 = (2m^2 + 9n^2)^2 - 36m^2n^2 \quad \text{(factorizando el trinomio cuadrado perfecto),}$$

$$\Rightarrow 4m^4 + 81n^4 = (2m^2 + 9n^2 + 6mn)(2m^2 + 9n^2 - 6mn) \quad \text{(factorizando la diferencia de cuadrados);}$$

$$\therefore 4m^4 + 81n^4 = (2m^2 + 6mn + 9n^2)(2m^2 - 6mn + 9n^2) \quad \text{(ordenando).}$$

5. $4 + 625x^8$

Solución:

$$4 + 625x^8$$

2 y $25x^4$: raíz cuadrada de cada uno de los términos

$100x^4$: doble producto de las raíces de los términos dados

De tal manera que:

$$4 + 625x^8 = 4 + 625x^8 + (100x^4 - 100x^4) = (4 + 100x^4 + 625x^8) - 100x^4,$$

$$\Rightarrow 4 + 625x^8 = (2 + 25x^4)^2 - 100x^4 \quad \text{(factorizando el trinomio cuadrado perfecto),}$$

$$\Rightarrow 4 + 625x^8 = (2 + 25x^4 + 10x^2)(2 + 25x^4 - 10x^2) \quad \text{(factorizando la diferencia de cuadrados);}$$

$$\therefore 4 + 625x^8 = (2 + 10x^2 + 25x^4)(2 - 10x^2 + 25x^4) \quad \text{(ordenando).}$$

6. $64 + a^{12}$

Solución:

$$64 + a^{12}$$

8 y a^6 : raíz cuadrada de cada uno de los términos

$16a^6$: doble producto de las raíces de los términos dados

De tal manera que:

$$64 + a^{12} = 64 + a^{12} + (16a^6 - 16a^6) = (64 + 16a^6 + a^{12}) - 16a^6,$$

$$\Rightarrow 64 + a^{12} = (8 + a^6)^2 - 16a^6 \quad \text{(factorizando el trinomio cuadrado perfecto),}$$

$$\Rightarrow 64 + a^{12} = (8 + a^6 + 4a^3)(8 + a^6 - 4a^3) \quad \text{(factorizando la diferencia de cuadrados);}$$

$$\therefore 64 + a^{12} = (8 + 4a^3 + a^6)(8 - 4a^3 + a^6) \quad \text{(ordenando).}$$

Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$

Procedimiento

1. Se ordena el trinomio
2. Se abren dos paréntesis, en cada uno de los cuales se escribirá un binomio
3. Se saca la raíz cuadrada del primer término del trinomio, esta raíz será el primer término de cada uno de los paréntesis
4. El signo que separe al binomio del primer paréntesis será el segundo signo del trinomio
5. Se aplica la "ley de los signos" al producto de los signos del segundo y tercer términos del trinomio; éste será el signo que separe el binomio del segundo paréntesis
6. Si los signos son iguales, se buscan dos números cuya suma sea igual al coeficiente del segundo término del trinomio y cuyo producto sea igual al tercer término del trinomio
7. Si los signos son diferentes, se buscan dos números cuya diferencia sea igual al coeficiente del segundo término del trinomio y cuyo producto sea igual al tercer término del trinomio
8. El mayor de los números hallados en uno de los pasos anteriores será el segundo término del primer paréntesis, el menor de los números será el segundo término del segundo paréntesis
9. Si el tercer término es un número muy grande se descompone en sus factores primos para facilitar la búsqueda de los números requeridos en los pasos 7 y 8

1.
1. $x^2 + 7x + 10$

Solución:

$$x^2 + 7x + 10$$

x: raíz cuadrada del primer término del trinomio

+ : signo del segundo término del trinomio

+ por + da +: aplicamos la "Ley de los signos" al producto de los signos del segundo y tercer términos

$5 + 2 = 7$: coeficiente del segundo término del trinomio

$5 \times 2 = 10$: coeficiente del tercer término del trinomio

De tal manera que:

$$x^2 + 7x + 10 = (x + 5)(x + 2).$$

1.
2. $x^2 - 5x + 6$

Solución:

$$x^2 - 5x + 6$$

x: raíz cuadrada del primer término del trinomio

- : signo del segundo término del trinomio

- por + da -: aplicamos la "Ley de los signos" al producto de los signos del segundo y tercer términos

$3 + 2 = 5$: coeficiente del segundo término del trinomio

$3 \times 2 = 6$: coeficiente del tercer término del trinomio

De tal manera que:

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - 2).$$

3. $x^2 + 3x - 10$

Solución:

$$x^2 + 3x - 10$$

x: raíz cuadrada del primer término del trinomio

+ : signo del segundo término del trinomio

+ por - da -: aplicamos la "Ley de los signos" al producto de los signos del segundo y tercer términos

$5 - 2 = 3$: coeficiente del segundo término del trinomio

$5 \times 2 = 10$: coeficiente del tercer término del trinomio

De tal manera que:

$$x^2 + 3x - 10 = (x + 5)(x - 2).$$

4. $x^2 + x - 2$

Solución:

$$x^2 + x - 2$$

x : raíz cuadrada del primer término del trinomio

$+$: signo del segundo término del trinomio

$+$ por $-$ da $-$: aplicamos la "Ley de los signos" al producto de los signos del segundo y tercer términos

$2 - 1 = 1$: coeficiente del segundo término del trinomio

$2 \times 1 = 2$: coeficiente del tercer término del trinomio

De tal manera que:

$$x^2 + x - 2 = (x + 2)(x - 1).$$

5. $a^2 + 4a + 3$

Solución:

$$a^2 + 4a + 3$$

a : raíz cuadrada del primer término del trinomio

$+$: signo del segundo término del trinomio

$+$ por $+$ da $+$: aplicamos la "Ley de los signos" al producto de los signos del segundo y tercer términos

$3 + 1 = 4$: coeficiente del segundo término del trinomio

$3 \times 1 = 3$: coeficiente del tercer término del trinomio

De tal manera que:

$$a^2 + 4a + 3 = (a + 3)(a + 1).$$

6. $m^2 + 5m - 14$

Solución:

$$m^2 + 5m - 14$$

m : raíz cuadrada del primer término del trinomio

$+$: signo del segundo término del trinomio

$+$ por $-$ da $-$: aplicamos la "Ley de los signos" al producto de los signos del segundo y tercer términos

$7 - 2 = 5$: coeficiente del segundo término del trinomio

$7 \times 2 = 14$: coeficiente del tercer término del trinomio

De tal manera que:

$$m^2 + 5m - 14 = (m + 7)(m - 2).$$

7. $y^2 - 9y + 20$

Solución:

$$y^2 - 9y + 20$$

y : raíz cuadrada del primer término del trinomio

-: signo del segundo término del trinomio

- por + da -: aplicamos la "Ley de los signos" al producto de los signos del segundo y tercer términos

$5 + 4 = 9$: coeficiente del segundo término del trinomio

$5 \times 4 = 20$: coeficiente del tercer término del trinomio

De tal manera que:

$$y^2 - 9y + 20 = (y - 5)(y - 4).$$

Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$

Casos especiales

33. $x^8y^8 - 15ax^4y^4 - 100a^2$

Solución:

$$x^8y^8 - 15ax^4y^4 - 100a^2$$

x^4y^4 : raíz cuadrada del primer término del trinomio

-: signo del segundo término del trinomio

- por - da +: aplicamos la "Ley de los signos" al producto de los signos del segundo y tercer términos

$20a - 5a = 15a$: coeficiente del segundo término del trinomio

$20a \times 5a = 100a^2$: coeficiente del tercer término del trinomio

De tal manera que:

$$x^8y^8 - 15ax^4y^4 - 100a^2 = (x^4y^4 - 20a)(x^4y^4 + 5a).$$

100	2
50	2
25	5
5	5
1	

34. $(a - 1)^2 + 3(a - 1) - 108$

Solución:

$$(a - 1)^2 + 3(a - 1) - 108$$

$(a - 1)$: raíz cuadrada del primer término del trinomio

+: signo del segundo término del trinomio

+ por - da -: aplicamos la "Ley de los signos" al producto de los signos del segundo y tercer términos

$12 - 9 = 3$: coeficiente del segundo término del trinomio

$12 \times 9 = 108$: coeficiente del tercer término del trinomio

De tal manera que:

$$(a - 1)^2 + 3(a - 1) - 108 = (a - 1 + 12)(a - 1 - 9) = (a + 11)(a - 10).$$

108	2
54	2
27	3
9	3
3	3
1	

35. $m^2 + abcm - 56a^2b^2c^2$

Solución:

$$m^2 + abcm - 56a^2b^2c^2 = m^2 + abc(m) - 56a^2b^2c^2$$

m : raíz cuadrada del primer término del trinomio

$+$: signo del segundo término del trinomio

$+$ por $-$ da $-$: aplicamos la "Ley de los signos" al producto de los signos del segundo y tercer términos

$8abc - 7abc = abc$: coeficiente del segundo término del trinomio

$8abc \times 7abc = 56a^2b^2c^2$: coeficiente del tercer término del trinomio

De tal manera que:

$$m^2 + abcm - 56a^2b^2c^2 = (m + 8abc)(m - 7abc).$$

36. $(7x^2)^2 + 24(7x^2) + 128$

Solución:

$$(7x^2)^2 + 24(7x^2) + 128$$

$7x^2$: raíz cuadrada del primer término del trinomio

$+$: signo del segundo término del trinomio

$+$ por $+$ da $+$: aplicamos la "Ley de los signos" al producto de los signos del segundo y tercer términos

$16 + 8 = 24$: coeficiente del segundo término del trinomio

$16 \times 8 = 128$: coeficiente del tercer término del trinomio

De tal manera que:

$$(7x^2)^2 + 24(7x^2) + 128 = (7x^2 + 16)(7x^2 + 8).$$

128	2
64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

42. $a^2 + 42a + 432$

Solución:

$$a^2 + 42a + 432$$

a : raíz cuadrada del primer término del trinomio

$+$: signo del segundo término del trinomio

$+$ por $+$ da $+$: aplicamos la "Ley de los signos" al producto de los signos del segundo y tercer términos

$24 + 18 = 42$: coeficiente del segundo término del trinomio

$24 \times 18 = 432$: coeficiente del tercer término del trinomio

432	2
216	2
108	2
54	2
27	3
9	3
3	3
1	

De tal manera que:

$$a^2 + 42a + 432 = (a + 24)(a + 18).$$

43. $m^2 - 30m - 675$

Solución:

$$m^2 - 30m - 675$$

m : raíz cuadrada del primer término del trinomio

-: signo del segundo término del trinomio

- por - da +: aplicamos la "Ley de los signos" al producto de los signos del segundo y tercer términos

$45 - 15 = 30$: coeficiente del segundo término del trinomio

$45 \times 15 = 675$: coeficiente del tercer término del trinomio

675	3
225	3
75	3
25	5
5	5
1	

De tal manera que:

$$m^2 - 30m - 675 = (m - 45)(m + 15).$$

44. $y^2 + 50y + 336$

Solución:

$$y^2 + 50y + 336$$

y : raíz cuadrada del primer término del trinomio

+: signo del segundo término del trinomio

+ por + da +: aplicamos la "Ley de los signos" al producto de los signos del segundo y tercer términos

$42 + 8 = 50$: coeficiente del segundo término del trinomio

$42 \times 8 = 336$: coeficiente del tercer término del trinomio

336	2
168	2
84	2
42	2
21	3
7	7
1	

De tal manera que:

$$y^2 + 50y + 336 = (y + 42)(y + 8).$$

45. $x^2 - 2x - 528$

Solución:

$$x^2 - 2x - 528$$

x : raíz cuadrada del primer término del trinomio

-: signo del segundo término del trinomio

- por - da +: aplicamos la "Ley de los signos" al producto de los signos del segundo y tercer términos

$24 - 22 = 2$: coeficiente del segundo término del trinomio

528	2
264	2
132	2
66	2
33	3
11	11
1	

$24 \times 22 = 528$: coeficiente del tercer término del trinomio

De tal manera que:

$$x^2 - 2x - 528 = (x - 24)(x + 22).$$

46. $n^2 + 43n + 432$

Solución:

$$n^2 + 43n + 432$$

n : raíz cuadrada del primer término del trinomio

+: signo del segundo término del trinomio

+ por + da +: aplicamos la "Ley de los signos" al producto de los signos del segundo y tercer términos

$27 + 16 = 43$: coeficiente del segundo término del trinomio

432	2
216	2
108	2
54	2
27	3
9	3
3	3
1	

$27 \times 16 = 432$: coeficiente del tercer término del trinomio

De tal manera que:

$$n^2 + 43n + 432 = (n + 27)(n + 16).$$

47. $c^2 - 4c - 320$

Solución:

$$c^2 - 4c - 320$$

c : raíz cuadrada del primer término del trinomio

-: signo del segundo término del trinomio

- por - da +: aplicamos la "Ley de los signos" al producto de los signos del segundo y tercer términos

$20 - 16 = 4$: coeficiente del segundo término del trinomio

$20 \times 16 = 320$: coeficiente del tercer término del trinomio

320	2
160	2
80	2
40	2
20	2
10	2
5	5
1	

De tal manera que:

$$c^2 - 4c - 320 = (c - 20)(c + 16).$$

Trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$

Procedimiento

Para Factorizar esta clase de trinomios se lleva a la forma $x^2 + bx + c$ y se factoriza

1. Se multiplica y divide el trinomio por el coeficiente del primer término, esto es por a
2. Se escribe el trinomio de una forma adecuada (de la forma $x^2 + bx + c$)
3. Se abren dos paréntesis, en cada uno de los cuales se escribirá un binomio
4. Se saca la raíz cuadrada del primer término del trinomio, esta raíz será el primer término de cada uno de los paréntesis
5. El signo que separe al binomio del primer paréntesis será el segundo signo del trinomio
6. Se aplica la "ley de los signos" al producto de los signos del segundo y tercer términos del trinomio; éste será el signo que separe el binomio del segundo paréntesis
7. Si los signos son iguales, se buscan dos números cuya suma sea igual al coeficiente del segundo término del trinomio y cuyo producto sea igual al tercer término del trinomio
8. Si los signos son diferentes, se buscan dos números cuya diferencia sea igual al coeficiente del segundo término del trinomio y cuyo producto sea igual al tercer término del trinomio
9. El mayor de los números hallados en uno de los pasos anteriores será el segundo término del primer paréntesis, el menor de los números será el segundo término del segundo paréntesis
10. Si el tercer término es un número muy grande se descompone en sus factores primos para facilitar la búsqueda de los números requeridos en los pasos 7 y 8
11. Se factorizan los paréntesis que tengan factor común
12. Se simplifica

1. $2x^2 + 3x - 2$

Solución:

$$2x^2 + 3x - 2$$

Multiplicamos y dividimos el trinomio por 2, y lo escribimos de una forma adecuada:

$$\frac{2(2x^2 + 3x - 2)}{2} = \frac{(2x)^2 + 3(2x) - 4}{2},$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 3x - 2 = \frac{(2x+4)(2x-1)}{2} \quad \{\text{factorizandolo como un trinomio de la forma } x^2 + bx + c\},$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 3x - 2 = \frac{2(x+2)(2x-1)}{2} \quad \{\text{factorizando el primer paréntesis por 2}\};$$

$$\therefore 2x^2 + 3x - 2 = \frac{\cancel{2}(x+2)(2x-1)}{\cancel{2}} = (x+2)(2x-1) \quad \{\text{simplificando}\}.$$

2. $3x^2 - 5x - 2$

Solución:

$$3x^2 - 5x - 2$$

Multiplicamos y dividimos el trinomio por 3, y lo escribimos de una forma adecuada:

$$\frac{3(3x^2 - 5x - 2)}{3} = \frac{(3x)^2 - 5(3x) - 6}{3},$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 5x - 2 = \frac{(3x-6)(3x+1)}{3} \quad \{\text{factorizandolo como un trinomio de la forma } x^2 + bx + c\},$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 5x - 2 = \frac{3(x-2)(3x+1)}{3} \quad \{\text{factorizando el primer paréntesis por 3}\};$$

$$\therefore 3x^2 - 5x - 2 = \frac{\cancel{3}(x-2)(3x+1)}{\cancel{3}} = (x-2)(3x+1) \quad \{\text{simplificando}\}.$$

3. $6x^2 + 7x + 2$

Solución:

$$6x^2 + 7x + 2$$

Multiplicamos y dividimos el trinomio por 6, y lo escribimos de una forma adecuada:

$$\frac{6(6x^2 + 7x + 2)}{6} = \frac{(6x)^2 + 7(6x) + 12}{6},$$

$$\Rightarrow 6x^2 + 7x + 2 = \frac{(6x+4)(6x+3)}{6} \quad \{\text{factorizandolo como un trinomio de la forma } x^2 + bx + c\},$$

$$\Rightarrow 6x^2 + 7x + 2 = \frac{2(3x+2) \times 3(2x+1)}{6} \quad \{\text{factorizando el primer paréntesis por 2 y el segundo por 3}\};$$

$$\therefore 6x^2 + 7x + 2 = \frac{\cancel{2}(3x+2)(2x+1)}{\cancel{6}} = (3x+2)(2x+1) \quad \{\text{simplificando}\}.$$

4. $5x^2 + 13x - 6$

Solución:

$$5x^2 + 13x - 6$$

Multiplicamos y dividimos el trinomio por 5, y lo escribimos de una forma adecuada:

$$\frac{5(5x^2 + 13x - 6)}{5} = \frac{(5x)^2 + 13(5x) - 30}{5},$$

$$\Rightarrow 5x^2 + 13x - 6 = \frac{(5x+15)(5x-2)}{5} \quad \text{(factorizándolo como un trinomio de la forma } x^2 + bx + c\text{),}$$

$$\Rightarrow 5x^2 + 13x - 6 = \frac{5(x+3)(5x-2)}{5} \quad \text{(factorizando el primer paréntesis por 5);}$$

$$\therefore 5x^2 + 13x - 6 = \frac{\cancel{5}(x+3)(5x-2)}{\cancel{5}} = (x+3)(5x-2) \quad \text{(simplificando).}$$

5. $6x^2 - 6 - 5x$

Solución:

$$6x^2 - 6 - 5x = 6x^2 - 5x - 6 \quad \text{(ordenando el trinomio)}$$

Multiplicamos y dividimos el trinomio por 6, y lo escribimos de una forma adecuada:

$$\frac{6(6x^2 - 5x - 6)}{6} = \frac{(6x)^2 - 5(6x) - 36}{6},$$

$$\Rightarrow 6x^2 - 6 - 5x = \frac{(6x-9)(6x+4)}{6} \quad \text{(factorizándolo como un trinomio de la forma } x^2 + bx + c\text{),}$$

$$\Rightarrow 6x^2 - 6 - 5x = \frac{3(2x-3) \times 2(3x+2)}{6} \quad \text{(factorizando el primer paréntesis por 3 y el segundo por 2);}$$

$$\therefore 6x^2 - 6 - 5x = \frac{\cancel{3}(2x-3)(3x+2)}{\cancel{6}} = (2x-3)(3x+2) \quad \text{(simplificando).}$$

6. $12x^2 - x - 6$

Solución:

$$12x^2 - x - 6$$

Multiplicamos y dividimos el trinomio por 12, y lo escribimos de una forma adecuada:

$$\frac{12(12x^2 - x - 6)}{12} = \frac{(12x)^2 - (12x) - 72}{12},$$

$$\Rightarrow 12x^2 - x - 6 = \frac{(12x-9)(12x+8)}{12} \quad \text{(factorizándolo como un trinomio de la forma } x^2 + bx + c\text{),}$$

$$\Rightarrow 12x^2 - x - 6 = \frac{3(4x-3) \times 4(3x+2)}{12} \quad \text{(factorizando el primer paréntesis por 3 y el segundo por 4);}$$

$$\therefore 12x^2 - x - 6 = \frac{\cancel{3}(4x-3)(3x+2)}{\cancel{12}} = (4x-3)(3x+2) \quad \text{(simplificando).}$$

7. $4a^2 + 15a + 9$

Solución:

$$4a^2 + 15a + 9$$

Multiplicamos y dividimos el trinomio por 4, y lo escribimos de una forma adecuada:

$$\frac{4(4a^2 + 15a + 9)}{4} = \frac{(4a)^2 + 15(4a) + 36}{4},$$

$$\Rightarrow 4a^2 + 15a + 9 = \frac{(4a + 12)(4a + 3)}{4} \quad \text{(factorizándolo como un trinomio de la forma } x^2 + bx + c\text{),}$$

$$\Rightarrow 4a^2 + 15a + 9 = \frac{4(a + 3)(4a + 3)}{4} \quad \text{(factorizando el primer paréntesis por 4);}$$

$$\therefore 4a^2 + 15a + 9 = \frac{\cancel{4}(a + 3)(4a + 3)}{\cancel{4}} = (a + 3)(4a + 3) \quad \text{(simplificando).}$$

8. $3 + 11a + 10a^2$

Solución:

$$3 + 11a + 10a^2 = 10a^2 + 11a + 3 \quad \text{(ordenando el trinomio)}$$

Multiplicamos y dividimos el trinomio por 10, y lo escribimos de una forma adecuada:

$$\frac{10(10a^2 + 11a + 3)}{10} = \frac{(10a)^2 + 11(10a) + 30}{10},$$

$$\Rightarrow 3 + 11a + 10a^2 = \frac{(10a + 6)(10a + 5)}{10} \quad \text{(factorizándolo como un trinomio de la forma } x^2 + bx + c\text{),}$$

$$\Rightarrow 3 + 11a + 10a^2 = \frac{2(5a + 3) \times 5(2a + 1)}{10} \quad \text{(factorizando el primer paréntesis por 2 y el segundo por 5);}$$

$$\therefore 3 + 11a + 10a^2 = \frac{\cancel{10}(5a + 3)(2a + 1)}{\cancel{10}} = (5a + 3)(2a + 1) \quad \text{(simplificando).}$$

|

1. $6x^4 + 5x^2 - 6$

Solución:

$$6x^4 + 5x^2 - 6$$

Multiplicamos y dividimos el trinomio por 6, y lo escribimos de una forma adecuada:

$$\frac{6(6x^4 + 5x^2 - 6)}{6} = \frac{(6x^2)^2 + 5(6x^2) - 36}{6},$$

$$\Rightarrow 6x^4 + 5x^2 - 6 = \frac{(6x^2 + 9)(6x^2 - 4)}{6} \quad \text{(factorizándolo como un trinomio de la forma } x^2 + bx + c\text{),}$$

$$\Rightarrow 6x^4 + 5x^2 - 6 = \frac{3(2x^2 + 3) \times 2(3x^2 - 2)}{6} \quad \text{(factorizando el primer paréntesis por 3 y el segundo por 2);}$$

$$\therefore 6x^4 + 5x^2 - 6 = \frac{\cancel{6}(2x^2 + 3)(3x^2 - 2)}{\cancel{6}} = (2x^2 + 3)(3x^2 - 2) \quad \text{(simplificando).}$$

2. $5x^6 + 4x^3 - 12$

Solución:

$$5x^6 + 4x^3 - 12$$

Multiplicamos y dividimos el trinomio por 5, y lo escribimos de una forma adecuada:

$$\frac{5(5x^6 + 4x^3 - 12)}{5} = \frac{(5x^3)^2 + 4(5x^3) - 60}{5},$$

$$\Rightarrow 5x^6 + 4x^3 - 12 = \frac{(5x^3 + 10)(5x^3 - 6)}{5} \quad \text{(factorizándolo como un trinomio de la forma } x^2 + bx + c),$$

$$\Rightarrow 5x^6 + 4x^3 - 12 = \frac{5(x^3 + 2)(5x^3 - 6)}{5} \quad \text{(factorizando el primer paréntesis por 5);}$$

$$\therefore 5x^6 + 4x^3 - 12 = \frac{\cancel{5}(x^3 + 2)(5x^3 - 6)}{\cancel{5}} = (x^3 + 2)(5x^3 - 6) \quad \text{(simplificando).}$$

3. $10x^8 + 29x^4 + 10$

Solución:

$$10x^8 + 29x^4 + 10$$

Multiplicamos y dividimos el trinomio por 10, y lo escribimos de una forma adecuada:

$$\frac{10(10x^8 + 29x^4 + 10)}{10} = \frac{(10x^4)^2 + 29(10x^4) + 100}{10},$$

$$\Rightarrow 10x^8 + 29x^4 + 10 = \frac{(10x^4 + 25)(10x^4 + 4)}{10} \quad \text{(factorizándolo como un trinomio de la forma } x^2 + bx + c),$$

$$\Rightarrow 10x^8 + 29x^4 + 10 = \frac{5(2x^4 + 5) \times 2(5x^4 + 2)}{10} \quad \text{(factorizando el primer paréntesis por 5 y el segundo por 2);}$$

$$\therefore 10x^8 + 29x^4 + 10 = \frac{\cancel{10}(2x^4 + 5)(5x^4 + 2)}{\cancel{10}} = (2x^4 + 5)(5x^4 + 2) \quad \text{(simplificando).}$$

4. $6a^2x^2 + 5ax - 21$

Solución:

$$6a^2x^2 + 5ax - 21 = 6(ax)^2 + 5(ax) - 21$$

Multiplicamos y dividimos el trinomio por 6, y lo escribimos de una forma adecuada:

$$\frac{6(6a^2x^2 + 5ax - 21)}{6} = \frac{(6ax)^2 + 5(6ax) - 126}{6},$$

126		2
63		3
21		3
7		7
1		

$$\Rightarrow 6a^2x^2 + 5ax - 21 = \frac{(6ax + 14)(6ax - 9)}{6} \quad \text{(factorizándolo como un trinomio de la forma } x^2 + bx + c),$$

$$\Rightarrow 6a^2x^2 + 5ax - 21 = \frac{2(3ax + 7) \times 3(2ax - 3)}{6} \quad \text{(factorizando el primer paréntesis por 2 y el segundo por 3);}$$

$$\therefore 6a^2x^2 + 5ax - 21 = \frac{\cancel{6}(3ax + 7)(2ax - 3)}{\cancel{6}} = (3ax + 7)(2ax - 3) \quad \text{(simplificando).}$$

5. $20x^2y^2 + 9xy - 20$

Solución:

$$20x^2y^2 + 9xy - 20$$

Multiplicamos y dividimos el trinomio por 10, y lo escribimos de una forma adecuada:

$$\frac{20(20x^2y^2 + 9xy - 20)}{20} = \frac{(20xy)^2 + 9(20xy) - 400}{20},$$

400	2
200	2
100	2
50	2
25	5
5	5
1	

$$\Rightarrow 20x^2y^2 + 9xy - 20 = \frac{(20xy + 25)(20xy - 16)}{20} \quad \text{(factorizándolo como un trinomio de la forma } x^2 + bx + c),$$

$$\Rightarrow 20x^2y^2 + 9xy - 20 = \frac{5(4xy + 5) \times 4(5xy - 4)}{20} \quad \text{(factorizando el primer paréntesis por 5 y el segundo por 4);}$$

$$\therefore 20x^2y^2 + 9xy - 20 = \frac{\cancel{20}(4xy + 5)(5xy - 4)}{\cancel{20}} = (4xy + 5)(5xy - 4) \quad \text{(simplificando).}$$

6. $15x^2 - ax - 2a^2$

Solución:

$$15x^2 - ax - 2a^2$$

Multiplicamos y dividimos el trinomio por 15, y lo escribimos de una forma adecuada:

$$\frac{15(15x^2 - ax - 2a^2)}{15} = \frac{(15x)^2 - a(15x) - 30a^2}{15}$$

$$\Rightarrow 15x^2 - ax - 2a^2 = \frac{(15x - 6a)(15x + 5a)}{15} \quad \text{(factorizándolo como un trinomio de la forma } x^2 + bx + c),$$

$$\Rightarrow 15x^2 - ax - 2a^2 = \frac{3(5x - 2a) \times 5(3x + a)}{15} \quad \text{(factorizando el primer paréntesis por 3 y el segundo por 5);}$$

$$\therefore 15x^2 - ax - 2a^2 = \frac{\cancel{15}(5x - 2a)(3x + a)}{\cancel{15}} = (5x - 2a)(3x + a) \quad \text{(simplificando).}$$

Factorizar una expresión que es el cubo de un binomio

Procedimiento

El desarrollo del cubo de un binomio es:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

En esta clase de ejercicios se nos da una expresión como el miembro derecho de las identidades anteriores, es decir un cuadrinomio; y debemos constatar si se trata de un cubo perfecto de binomios (como los miembros izquierdos de las expresiones anteriores); para lo cual debemos proceder:

1. Se ordena el cuadrinomio en forma descendente o ascendente respecto a una letra
2. Se extrae la raíz cúbica del primero y cuarto términos del cuadrinomio
3. Se observa si todos los signos son positivos o si se alternan positivo-negativo-positivo-negativo
4. Se triplica el cuadrado de la raíz cúbica del primer término por la raíz cúbica del cuarto término y se compara con el segundo término del cuadrinomio dado
5. Se triplica la raíz cúbica del primer término por el cuadrado de la raíz cúbica del cuarto término y se compara con el tercer término del cuadrinomio dado
6. Si las dos comparaciones hechas en los pasos 4 y 5 son positivas, se trata del desarrollo del cubo de un binomio y se factoriza como tal: dentro de un paréntesis se escriben las raíces cúbicas del primero y cuarto términos del cuadrinomio y separadas por el signo más o por el signo menos, según el caso; y se eleva al cubo el paréntesis
7. Si las dos comparaciones hechas en los pasos 4 y 5 son negativas, no se trata del desarrollo del cubo de un binomio y no se puede factorizar como tal

1. $a^3 + 3a^2 + 3a + 1$

Solución:

$$a^3 + 3a^2 + 3a + 1$$

Todos los signos de los términos son positivos

a : raíz cúbica del primer término del cuadrinomio

1: raíz cúbica del cuarto término del cuadrinomio

$3(a^2)(1) = 3a^2$: triplo del cuadrado de la raíz cúbica del primer término por la raíz cúbica del cuarto: igual al segundo término del cuadrinomio

$3(a)(1) = 3a$: triplo de la raíz cúbica del primer término del cuadrinomio por el cuadrado de la raíz cúbica del cuarto término: igual al tercer término del cuadrinomio

Por lo tanto:

$a^3 + 3a^2 + 3a + 1$: desarrollo de un cubo perfecto de binomios;

$$\therefore a^3 + 3a^2 + 3a + 1 = (a + 1)^3 \quad \text{(factorizando como el cubo de un binomio).}$$

2. $27 - 27x + 9x^2 - x^3$

Solución:

$$27 - 27x + 9x^2 - x^3$$

Los signos de los términos están alternados más-menos-más-menos

3: raíz cúbica del primer término del cuadrinomio

x: raíz cúbica del cuarto término del cuadrinomio

$3(3^2)(x) = 27x$: triplo del cuadrado de la raíz cúbica del primer término por la raíz cúbica del cuarto: igual al segundo término del cuadrinomio

$3(3)(x^2) = 9x^2$: triplo de la raíz cúbica del primer término del cuadrinomio por el cuadrado de la raíz cúbica del cuarto término: igual al tercer término del cuadrinomio

Por lo tanto:

$27 - 27x + 9x^2 - x^3$: desarrollo de un cubo perfecto de binomios;

$$\therefore 27 - 27x + 9x^2 - x^3 = (3 - x)^3 \quad \text{(factorizando como el cubo de un binomio)}.$$

3. $m^3 + 3m^2n + 3mn^2 + n^3$

Solución:

$$m^3 + 3m^2n + 3mn^2 + n^3$$

Todos los signos de los términos son positivos

m: raíz cúbica del primer término del cuadrinomio

n: raíz cúbica del cuarto término del cuadrinomio

$3(m^2)(n) = 3m^2n$: triplo del cuadrado de la raíz cúbica del primer término por la raíz cúbica del cuarto: igual al segundo término del cuadrinomio

$3(m)(n^2) = 3mn^2$: triplo de la raíz cúbica del primer término del cuadrinomio por el cuadrado de la raíz cúbica del cuarto término: igual al tercer término del cuadrinomio

Por lo tanto:

$m^3 + 3m^2n + 3mn^2 + n^3$: desarrollo de un cubo perfecto de binomios;

$$\therefore m^3 + 3m^2n + 3mn^2 + n^3 = (m + n)^3 \quad \text{(factorizando como el cubo de un binomio)}.$$

4. $1 + 3a^2 - 3a - a^3$

Solución:

$$1 + 3a^2 - 3a - a^3 = 1 - 3a + 3a^2 - a^3 \quad \text{(ordenando en forma ascendente respecto a } a\text{)}$$

Los signos de los términos están alternados más-menos-más-menos

1: raíz cúbica del primer término del cuadrinomio

a: raíz cúbica del cuarto término del cuadrinomio

$3(1^2)(a) = 3a$: triplo del cuadrado de la raíz cúbica del primer término por la raíz cúbica del cuarto: igual al segundo término del cuadrinomio

$3(1)(a^2) = 3a^2$: triplo de la raíz cúbica del primer término del cuadrinomio por el cuadrado de la raíz cúbica del cuarto término: igual al tercer término del cuadrinomio

Por lo tanto:

$1 - 3a + 3a^2 - a^3$: desarrollo de un cubo perfecto de binomios;

$$\therefore 1 + 3a^2 - 3a - a^3 = 1 - 3a + 3a^2 - a^3 = (1 - a)^3 \quad \text{(factorizando como el cubo de un binomio)}.$$

5. $8 + 12a^2 + 6a^4 + a^6$

Solución:

$$8 + 12a^2 + 6a^4 + a^6$$

Todos los signos de los términos son positivos

2: raíz cúbica del primer término del cuadrinomio

a^2 : raíz cúbica del cuarto término del cuadrinomio

$3(2^2)(a^2) = 12a^2$: triplo del cuadrado de la raíz cúbica del primer término por la raíz cúbica del cuarto: igual al segundo término del cuadrinomio

$3(2)(a^2)^2 = 6a^4$: triplo de la raíz cúbica del primer término del cuadrinomio por el cuadrado de la raíz cúbica del cuarto término: igual al tercer término del cuadrinomio

Por lo tanto:

$8 + 12a^2 + 6a^4 + a^6$: desarrollo de un cubo perfecto de binomios;

$$\therefore 8 + 12a^2 + 6a^4 + a^6 = (2 + a^2)^3 \quad \text{(factorizando como el cubo de un binomio)}.$$

6. $125x^3 + 1 + 75x^2 + 15x$

Solución:

$$125x^3 + 1 + 75x^2 + 15x = 125x^3 + 75x^2 + 15x + 1 \quad \text{(ordenando en forma descendente respecto a x)}$$

Todos los signos de los términos son positivos

5x: raíz cúbica del primer término del cuadrinomio

1: raíz cúbica del cuarto término del cuadrinomio

$3(5x)^2(1) = 75x^2$: triplo del cuadrado de la raíz cúbica del primer término por la raíz cúbica del cuarto: igual al segundo término del cuadrinomio

$3(5x)(1)^2 = 15x$: triplo de la raíz cúbica del primer término del cuadrinomio por el cuadrado de la raíz cúbica del cuarto término: igual al tercer término del cuadrinomio

Por lo tanto:

$125x^3 + 1 + 75x^2 + 15x$: desarrollo de un cubo perfecto de binomios;

$$\therefore 125x^3 + 1 + 75x^2 + 15x = (5x + 1)^3 \quad \text{(factorizando como el cubo de un binomio)}.$$

7. $8a^3 - 36a^2b + 54ab^2 - 27b^3$

Solución:

$$8a^3 - 36a^2b + 54ab^2 - 27b^3$$

Los signos de los términos están alternados más-menos-más-menos

2a: raíz cúbica del primer término del cuadrinomio

3b: raíz cúbica del cuarto término del cuadrinomio

$3(2a)^2(3b) = 36a^2b$: triplo del cuadrado de la raíz cúbica del primer término por la raíz cúbica del cuarto: igual al segundo término del cuadrinomio

$3(2a)(3b)^2 = 54ab^2$: triplo de la raíz cúbica del primer término del cuadrinomio por el cuadrado de la raíz cúbica del cuarto término: igual al tercer término del cuadrinomio

Por lo tanto:

$8a^3 - 36a^2b + 54ab^2 - 27b^3$: desarrollo de un cubo perfecto de binomios;

$$\therefore 8a^3 - 36a^2b + 54ab^2 - 27b^3 = (2a - 3b)^3 \quad \text{(factorizando como el cubo de un binomio)}.$$

Suma o diferencia de cubos perfectos

I

Procedimiento

1. Se abren dos paréntesis
2. En el primer paréntesis se escribe la suma o la diferencia, según el caso, de las raíces cúbicas de los dos términos
3. En el segundo paréntesis se escribe el cuadrado de la primera raíz, menos (si es una suma de cubos) o más (si es una diferencia de cubos) el producto de la primera raíz por la segunda, más el cuadrado de la segunda raíz

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Descomponer en dos factores:

1. $1 + a^3$

Solución:

$$1 + a^3 = 1^3 + a^3 \quad (\text{tiene la forma } a^3 + b^3)$$

1: raíz cúbica del primer término

a : raíz cúbica del segundo término

De tal manera que:

$$1 + a^3 = (1 + a)(1^2 - 1 \times a + a^2);$$

$$\therefore 1 + a^3 = (1 + a)(1 - a + a^2).$$

2. $1 - a^3$

Solución:

$$1 - a^3 = 1^3 - a^3 \quad (\text{tiene la forma } a^3 - b^3)$$

1: raíz cúbica del primer término

a : raíz cúbica del segundo término

De tal manera que:

$$1 - a^3 = (1 - a)(1^2 + 1 \times a + a^2);$$

$$\therefore 1 - a^3 = (1 - a)(1 + a + a^2).$$

3. $x^3 + y^3$

Solución:

$$x^3 + y^3 \quad (\text{tiene la forma } a^3 + b^3)$$

x : raíz cúbica del primer término

y raíz cúbica del segundo término

De tal manera que:

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - x \times y + y^2);$$

$$\therefore x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2).$$

4. $m^3 - n^3$

Solución:

$$m^3 - n^3 \quad \{\text{tiene la forma } a^3 - b^3\}$$

m : raíz cúbica del primer término

n : raíz cúbica del segundo término

De tal manera que:

$$m^3 - n^3 = (m - n)(m^2 + m \times n + n^2);$$

$$\therefore m^3 - n^3 = (m - n)(m^2 + mn + n^2).$$

5. $a^3 - 1$

Solución:

$$a^3 - 1 = a^3 - 1^3 \quad \{\text{tiene la forma } a^3 - b^3\}$$

a : raíz cúbica del primer término

1: raíz cúbica del segundo término

De tal manera que:

$$a^3 - 1 = (a - 1)(a^2 + a \times 1 + 1^2);$$

$$\therefore a^3 - 1 = (a - 1)(a^2 + a + 1).$$

21. $64a^3 - 729$

Solución:

$$64a^3 - 729 = (4a)^3 - 9^3 \quad \{\text{tiene la forma } a^3 - b^3\}$$

$4a$: raíz cúbica del primer término

9: raíz cúbica del segundo término

De tal manera que:

$$64a^3 - 729 = (4a - 9)[(4a)^2 + 4a \times 9 + 9^2];$$

$$\therefore 64a^3 - 729 = (4a - 9)[16a^2 + 36a + 81].$$

22. $a^3b^3 - x^6$

Solución:

$$a^3b^3 - x^6 = (ab)^3 - (x^2)^3 \quad \{\text{tiene la forma } a^3 - b^3\}$$

ab : raíz cúbica del primer término

x^2 : raíz cúbica del segundo término

De tal manera que:

$$a^3b^3 - x^6 = (ab - x^2)[(ab)^2 + ab \times x^2 + (x^2)^2];$$

$$\therefore a^3b^3 - x^6 = (ab - x^2)[a^2b^2 + abx^2 + x^4].$$

38. $27m^6 + 343n^9$

Solución:

$$27m^6 + 343n^9 = (3m^2)^3 + (7n^3)^3 \quad (\text{tiene la forma } a^3 + b^3)$$

$3m^2$: raíz cúbica del primer término

$7n^3$: raíz cúbica del segundo término

De tal manera que:

$$27m^6 + 343n^9 = (3m^2 + 7n^3)[(3m^2)^2 + 3m^2 \times 7n^3 + (7n^3)^2];$$

$$\therefore 27m^6 + 343n^9 = (3m^2 + 7n^3)[9m^4 - 21m^2n^3 + 49n^6].$$

39. $216 - x^{12}$

Solución:

$$216 - x^{12} = 6^3 - (x^4)^3 \quad (\text{tiene la forma } a^3 - b^3)$$

6: raíz cúbica del primer término

x^4 : raíz cúbica del segundo término

De tal manera que:

$$216 - x^{12} = (6 - x^4)[6^2 + 6 \times x^4 + (x^4)^2];$$

$$\therefore 216 - x^{12} = (6 - x^4)[36 + 6x^4 + x^8].$$

|

|

Casos especiales

|

Procedimiento

1. Se abren dos paréntesis

2. En el primer paréntesis se escribe la suma o la diferencia, según el caso, de las raíces cúbicas de los dos términos

3. En el segundo paréntesis se escribe el cuadrado de la primera raíz, menos (si es una suma de cubos) o más (si es una diferencia de cubos) el producto de la primera raíz por la segunda, mas el cuadrado de la segunda raíz

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

1. $1 + (x + y)^3$

Solución:

$$1 + (x + y)^3 \quad (\text{tiene la forma } a^3 + b^3)$$

1: raíz cúbica del primer término

$x + y$: raíz cúbica del segundo término

De tal manera que:

$$1 + (x + y)^3 = [1 + (x + y)][1^2 - 1 \times (x + y) + (x + y)^2];$$

$$\therefore 1 + (x + y)^3 = (1 + x + y)(1 - x - y + x^2 + 2xy + y^2).$$

|

2. $1 - (a + b)^3$

Solución:

$$1 - (a + b)^3 \quad \text{(tiene la forma } a^3 - b^3\text{)}$$

1: raíz cúbica del primer término

$a + b$: raíz cúbica del segundo término

De tal manera que:

$$1 - (a + b)^3 = [1 - (a + b)][1^2 + 1 \times (a + b) + (a + b)^2];$$

$$\therefore 1 - (a + b)^3 = (1 - a - b)(1 + a + b + a^2 + 2ab + b^2).$$

3. $27 + (m - n)^3$

Solución:

$$27 + (m - n)^3 = 3^3 + (m - n)^3 \quad \text{(tiene la forma } a^3 + b^3\text{)}$$

3: raíz cúbica del primer término

$m - n$: raíz cúbica del segundo término

De tal manera que:

$$27 + (m - n)^3 = [3 + (m - n)][3^2 - 3 \times (m - n) + (m - n)^2];$$

$$\therefore 27 + (m - n)^3 = (3 + m - n)(9 - 3m + 3n + m^2 - 2mn + n^2).$$

4. $(x - y)^3 - 8$

Solución:

$$(x - y)^3 - 8 = (x - y)^3 - 2^3 \quad \text{(tiene la forma } a^3 - b^3\text{)}$$

$x - y$: raíz cúbica del primer término

2: raíz cúbica del segundo término

De tal manera que:

$$(x - y)^3 - 8 = [(x - y) - 2][(x - y)^2 + (x - y) \times 2 + 2^2];$$

$$\therefore (x - y)^3 - 8 = (x - y - 2)(x^2 - 2xy + y^2 + 2x - 2y + 4).$$

|
Combinación de casos de factores

|
Descomposición de una expresión algebraica en tres factores

|
Procedimiento

1. Se saca el factor común
2. Se factoriza la expresión resultante, aplicando el método de factorización requerido por la forma del polinomio (estudiados en los diez casos de factorización: Ejercicios 89 a 110)

Descomponer en tres factores:

1. $3ax^2 - 3a$

Solución:

$$3ax^2 - 3a = 3a(x^2 - 1) \quad \text{(sacando factor común);}$$

$$\therefore 3ax^2 - 3a = 3a(x+1)(x-1) \quad \text{(factorizando la diferencia de cuadrados).}$$

2. $3x^2 - 3x - 6$

Solución:

$$3x^2 - 3x - 6 = 3(x^2 - x - 2) \quad \text{(sacando factor común);}$$

$$\therefore 3x^2 - 3x - 6 = 3(x-2)(x+1) \quad \text{(factorizando el trinomio de la forma } x^2 + bx + c\text{).}$$

3. $2a^2x - 4abx + 2b^2x$

Solución:

$$2a^2x - 4abx + 2b^2x = 2x(a^2 - 2ab + b^2) \quad \text{(sacando factor común);}$$

$$\therefore 2a^2x - 4abx + 2b^2x = 2x(a-b)^2 \quad \text{(factorizando el trinomio cuadrado perfecto).}$$

4. $2a^3 - 2$

Solución:

$$2a^3 - 2 = 2(a^3 - 1) \quad \text{(sacando factor común);}$$

$$\therefore 2a^3 - 2 = 2(a-1)(a^2 + a + 1) \quad \text{(factorizando la diferencia de cubos).}$$

5. $a^3 - 3a^2 - 28a$

Solución:

$$a^3 - 3a^2 - 28a = a(a^2 - 3a - 28) \quad \text{(sacando factor común);}$$

$$\therefore a^3 - 3a^2 - 28a = a(a-7)(x+4) \quad \text{(factorizando el trinomio de la forma } x^2 + bx + c\text{).}$$

6. $x^3 - 4x + x^2 - 4$

Solución:

$$x^3 - 4x + x^2 - 4 = x(x^2 - 4) + (x^2 - 4) \quad \text{(sacando factor común en los dos primeros términos).}$$

$$\Rightarrow x^3 - 4x + x^2 - 4 = (x^2 - 4)(x + 1) \quad \text{(sacando factor común } (x^2 - 4)\text{);}$$

$$\therefore x^3 - 4x + x^2 - 4 = (x+2)(x-2)(x+1) \quad \text{(factorizando la diferencia de cuadrados).}$$

7. $3ax^3 + 3ay^3$

Solución:

$$3ax^3 + 3ay^3 = 3a(x^3 + y^3) \quad \text{(sacando factor común);}$$

$$\therefore x^3 + 3ay^3 = 3a(x+y)(x^2 - xy + y^2) \quad \text{(factorizando la suma de cubos).}$$

8. $4ab^2 - 4abn + an^2$

Solución:

$$4ab^2 - 4abn + an^2 = a(4b^2 - 4bn + n^2) \quad \text{(sacando factor común);}$$

$$\therefore 4ab^2 - 4abn + an^2 = a(2b - n)^2 \quad \text{(factorizando el trinomio cuadrado perfecto).}$$

9. $x^4 - 3x^2 - 4$

Solución:

$$x^4 - 3x^2 - 4 = (x^2 - 4)(x^2 + 1) \quad \text{(factorizando el trinomio de la forma } ax^2 + bx + c \text{);}$$

$$\therefore x^4 - 3x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)(x^2 + 1) \quad \text{(factorizando la diferencia de cuadrados).}$$

10. $a^3 - a^2 - a + 1$

Solución:

$$a^3 - a^2 - a + 1 = a^2(a - 1) - (a - 1)$$

(sacando el factor común a^2 en los dos primeros términos, y -1 en los dos últimos)

$$\Rightarrow a^3 - a^2 - a + 1 = (a - 1)(a^2 - 1) \quad \text{(sacando factor común } (a - 1)\text{);}$$

$$\therefore a^3 - a^2 - a + 1 = (a - 1)(a + 1)(a - 1) = (a - 1)^2(a + 1) \quad \text{(factorizando la diferencia de cuadrados).}$$

11. $2ax^2 - 4ax + 2a$

Solución:

$$2ax^2 - 4ax + 2a = 2a(x^2 - 2x + 1) \quad \text{(sacando factor común);}$$

$$\therefore 2ax^2 - 4ax + 2a = 2a(x - 1)^2 \quad \text{(factorizando la el trinomio cuadrado perfecto).}$$

12. $x^3 - x + x^2y - y$

Solución:

$$x^3 - x + x^2y - y = x(x^2 - 1) + y(x^2 - 1) \quad \text{(sacando factor común ...),}$$

$$\Rightarrow x^3 - x + x^2y - y = (x^2 - 1)(x + y) \quad \text{(sacando factor común);}$$

$$\therefore x^3 - x + x^2y - y = (x + 1)(x - 1)(x + y) \quad \text{(factorizando la diferencia de cuadrados).}$$

Descomposición de una expresión algebraica en cuatro factores

1. $1 - a^8$

Solución:

$$1 - a^8 = (1 + a^4)(1 - a^4) \quad \text{(factorizando la diferencia de cuadrados),}$$

$$\Rightarrow 1 - a^8 = (1 + a^4)(1 - a^2)(1 + a^2) \quad \text{(factorizando la diferencia de cuadrados);}$$

$$\therefore (1 + a^4)(1 - a^4) = (1 + a^4)(1 - a)(1 + a)(1 + a^2) = (1 + a^4)(1 + a^2)(1 + a)(1 - a) \quad \text{(factorizando la diferencia de cuadrados).}$$

2. $a^6 - 1$

Solución:

$$a^6 - 1 = (a^3 + 1)(a^3 - 1)$$

(factorizando la diferencia de cuadrados);

$$\therefore a^6 - 1 = (a + 1)(a^2 - a + 1)(a - 1)(a^2 + a + 1) \quad \text{(factorizando la suma y la diferencia de cubos).}$$

3. $x^4 - 41x^2 + 400$

Solución:

$$x^4 - 41x^2 + 400 = (x^2 - 25)(x^2 - 16) \quad \text{(factorizando el trinomio de la forma } x^2 + bx + c\text{);}$$

$$\therefore x^4 - 41x^2 + 400 = (x+5)(x-5)(x+4)(x-4) \quad \text{(factorizando las diferencias de cuadrados).}$$

4. $a^4 - 2a^2b^2 + b^4$

Solución:

$$a^4 - 2a^2b^2 + b^4 = (a^2 - b^2)^2 \quad \text{(factorizando el trinomio cuadrado perfecto),}$$

$$\therefore a^4 - 2a^2b^2 + b^4 = [(a+b)(a-b)]^2 = (a+b)^2(a-b)^2 \quad \text{(factorizando la diferencia de cuadrados)}$$

5. $x^5 + x^3 - 2x$

Solución:

$$x^5 + x^3 - 2x = x(x^4 + x^2 - 2) \quad \text{(sacando factor común),}$$

$$\Rightarrow x^5 + x^3 - 2x = x(x^2 + 2)(x^2 - 1) \quad \text{(factorizando el trinomio de la forma } x^2 + bx + c\text{);}$$

$$\therefore x^5 + x^3 - 2x = x(x^2 + 2)(x+1)(x-1) \quad \text{(factorizando la diferencia de cuadrados).}$$

6. $2x^4 + 6x^3 - 2x - 6$

Solución:

$$2x^4 + 6x^3 - 2x - 6 = 2x^3(x+3) - 2(x+3) \quad \text{(sacando factor común ...),}$$

$$\Rightarrow 2x^4 + 6x^3 - 2x - 6 = (x+3)(2x^3 - 2) \quad \text{(sacando factor común),}$$

$$\Rightarrow 2x^4 + 6x^3 - 2x - 6 = 2(x+3)(x^3 - 1) \quad \text{(sacando factor común);}$$

$$\therefore 2x^4 + 6x^3 - 2x - 6 = 2(x+3)(x-1)(x^2 + x + 1) \quad \text{(factorizando la diferencia de cubos).}$$

7. $3x^4 - 243$

Solución:

$$3x^4 - 243 = 3(x^4 - 81) \quad \text{(sacando factor común),}$$

$$\Rightarrow 3x^4 - 243 = 3(x^2 - 9)(x^2 + 9) \quad \text{(factorizando la diferencia de cuadrados);}$$

$$\therefore 3x^4 - 243 = 3(x-3)(x+3)(x^2 + 9) \quad \text{(factorizando la diferencia de cuadrados).}$$

Descomposición de un polinomio en factores por el método de evaluación

Procedimiento

Recordemos que "un polinomio entero y racional en x , que se anula para $x = a$, es divisible por $x - a$ " (Corolario del Teorema del residuo)

1. Sacamos los divisores del término independiente
2. Hallamos el valor del polinomio, $P(x)$, para cada uno de los divisores hallados en el paso anterior
3. Tomamos como correcto el divisor, a , para el cual el polinomio se anula (da cero): hemos hallado uno de los factores del polinomio; este factor es, $x - a$
4. Buscamos los coeficientes del otro factor por medio de la "División sintética"

1. $x^3 + x^2 - x - 1$

Solución:

El término independiente es 1

Los divisores de 1 son 1 y -1

$$P(x) = x^3 + x^2 - x - 1,$$

$$\Rightarrow P(1) = 1^3 + 1^2 - 1 - 1 = 1 + 1 - 1 - 1 = 0: \text{ se anula;}$$

$$\therefore (x - 1) \text{ divide a } P(x);$$

$$\therefore (x - 1) \text{ es un factor de } P(x)$$

Ahora, encontremos los coeficientes del otro factor por medio de la división sintética:

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ & & 1 & 2 & 1 \\ \hline & 1 & 2 & 1 & 0 \end{array}$$

$$\therefore x^2 + 2x + 1: \text{ segundo factor del polinomio}$$

$$\text{y } x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2 \quad (\text{factorizando el trinomio cuadrado perfecto})$$

De tal manera que:

$$x^3 + x^2 - x - 1 = (x - 1)(x + 1)^2.$$

2. $x^3 - 4x^2 + x + 6$

Solución:

El término independiente es 6

Los divisores de 6 son $\pm 1, \pm 2, \pm 3$ y ± 6

$$P(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6,$$

$$\Rightarrow P(-1) = (-1)^3 - 4(-1)^2 + (-1) + 6 = -1 - 4 - 1 + 6 = 0: \text{ se anula;}$$

$$\therefore (x + 1) \text{ divide a } P(x);$$

$$\therefore (x + 1) \text{ es un factor de } P(x)$$

Ahora, encontremos los coeficientes del otro factor por medio de la división sintética:

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & -4 & 1 & 6 & -1 \\ & & -1 & 5 & -6 \\ \hline & 1 & -5 & 6 & 0 \end{array}$$

$$\therefore x^2 - 5x + 6: \text{ segundo factor del polinomio}$$

$$\text{y } x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - 2) \quad (\text{factorizando el trinomio de la forma } x^2 + bx + c)$$

De tal manera que:

$$x^3 - 4x^2 + x + 6 = (x + 1)(x - 3)(x - 2).$$

Ejercicios varios sobre la descomposición en factores

1

1. $5a^2 + a$

Solución:

$$5a^2 + a$$

El factor común es a . Así:

$$5a^2 + a = a(5a + 1).$$

2. $m^2 + 2mx + x^2$

Solución:

$$m^2 + 2mx + x^2$$

La raíz cuadrada del primer término es m ; la raíz cuadrada del tercer término es x . Y el doble producto de estas raíces es $2mx$, el segundo término. Además, el primero y tercer términos tienen el mismo signo. Por lo tanto el polinomio es un trinomio cuadrado perfecto y se factoriza como tal:

$$m^2 + 2mx + x^2 = (m + x)^2.$$

3. $a^2 + a - ab - b$

Solución:

$$a^2 + a - ab - b$$

$$\Rightarrow a^2 + a - ab - b = (a^2 - ab) + (a - b) \quad (\text{asociando convenientemente}),$$

$$\Rightarrow a^2 + a - ab - b = a(a - b) + (a - b) \quad (\text{factorizando el primer paréntesis por } a),$$

$$\therefore a^2 + a - ab - b = (a - b)(a + 1) \quad (\text{factorizando por } (a - b));$$

4. $x^2 - 36$

Solución:

$$x^2 - 36 = x^2 - 6^2;$$

$$\therefore x^2 - 36 = (x + 6)(x - 6) \quad (\text{factorizando la diferencia de cuadrados}).$$

5. $9x^2 - 6xy + y^2$

Solución:

$$9x^2 - 6xy + y^2$$

La raíz cuadrada del primer término es $3x$; la raíz cuadrada del tercer término es y . Y el doble producto de estas raíces es $6xy$, el segundo término. Además, el primero y tercer términos tienen el mismo signo. Por lo tanto el polinomio es un trinomio cuadrado perfecto y se factoriza como tal:

$$9x^2 - 6xy + y^2 = (3x - y)^2.$$

6. $x^2 - 3x - 4$

Solución:

$$x^2 - 3x - 4$$

El trinomio es de la forma $x^2 + bx + c$

La raíz cuadrada del primer término es x

El signo del segundo término es $-$

El producto de los signos del segundo y tercer términos del trinomio es $+$

Como los signos son diferentes, se buscan dos números cuya diferencia sea 3 y cuyo producto sea 4.

De tal manera que:

$$x^2 - 3x - 4 = (x - 4)(x + 1).$$

7. $6x^2 - x - 2$

Solución:

$$6x^2 - x - 2$$

Multipliquemos el trinomio por 6 y lo escribimos de una forma adecuada

$$6(6x^2 - x - 2) = (6x)^2 - (6x) - 12$$

Factorizamos la expresión resultante

$$(6x)^2 - (6x) - 12$$

$6x$: raíz cuadrada del primer término del trinomio

$-$: signo del segundo término del trinomio

$-$ por $-$ da $+$: aplicamos la "ley de los signos" al producto de los signos del segundo y tercer términos

$4 - 3 = 1$: coeficiente del segundo término del trinomio (valor absoluto)

$4 \times 3 = 12$: coeficiente del tercer término del trinomio (valor absoluto)

De tal manera que:

$$(6x)^2 - (6x) - 12 = (6x - 4)(6x + 3) = 2(3x - 2)3(2x + 1) = 6(3x - 2)(2x + 1)$$

Dividimos la factorización obtenida en el paso anterior por 6 y, simplificamos:

$$\frac{(6x)^2 - (6x) - 12}{6} = \frac{6(3x - 2)(2x + 1)}{6} = (3x - 2)(2x + 1);$$

$$\therefore 6x^2 - x - 2 = (3x - 2)(2x + 1).$$

8. $1 + x^3$

Solución:

$$1 + x^3 = 1^3 + x^3 : \text{ suma de cubos perfectos,}$$

$$\Rightarrow 1 + x^3 = (1 + x)(1^2 - 1 \times x + x^2);$$

$$\therefore 1 + x^3 = (1 + x)(1 - x + x^2).$$

9. $27a^3 - 1$

Solución:

$$27a^3 - 1 = (3a)^3 - 1^3 : \text{ diferencia de cubos perfectos,}$$

$$\Rightarrow 27a^3 - 1 = (3a - 1)[(3a)^2 + 3a \times 1 + 1^2];$$

$$\therefore 27a^3 - 1 = (3a - 1)[9a^2 + 3a + 1].$$

10. $x^5 + m^5$

Solución:

 $x^5 + m^5$ es divisible por $(x + m)$ (Criterio de divisibilidad: " $a^n + b^n$ es divisible por $a + b$ siendo n impar")

$$(x^5 + m^5) \div (x + m) = x^4 - mx^3 + m^2x^2 - m^3x + m^4;$$

$$\therefore (x^5 + m^5) = (x + m)(x^4 - mx^3 + m^2x^2 - m^3x + m^4).$$

11. $a^3 - 3a^2b + 5ab^2$

Solución:

$$a^3 - 3a^2b + 5ab^2 = a(a^2 - 3ab + 5b^2) \quad \{\text{sacando factor común } a\}.$$

12. $2xy - 6y + xz - 3z$

Solución:

$$2xy - 6y + xz - 3z = (2xy - 6y) + (xz - 3z) \quad \{\text{asociando convenientemente}\},$$

$$\Rightarrow 2xy - 6y + xz - 3z = 2y(x - 3) + z(x - 3) \quad \{\text{extrayendo factor común}\},$$

$$\Rightarrow 2xy - 6y + xz - 3z = (x - 3)(2y + z) \quad \{\text{extrayendo factor común}\}.$$

13. $1 - 4b + 4b^2$

Solución:

$$1 - 4b + 4b^2$$

La raíz cuadrada del primer término es 1; la raíz cuadrada del tercer término es $2b$. Y el doble producto de estas raíces es $4b$, el segundo término. Además, el primero y tercer términos tienen el mismo signo. Por lo tanto el polinomio es un trinomio cuadrado perfecto y se factoriza como tal:

$$1 - 4b + 4b^2 = (1 - 2b)^2.$$

14. $4x^4 + 3x^2y^2 + y^4$

Solución:

$$4x^4 + 3x^2y^2 + y^4 = 4x^4 + 4x^2y^2 + y^4 - x^2y^2 = (4x^4 + 4x^2y^2 + y^4) - x^2y^2 \quad \{\text{sumando y restando } x^2y^2\},$$

$$\Rightarrow 4x^4 + 3x^2y^2 + y^4 = (2x^2 + y^2)^2 - (xy)^2 \quad \{\text{factorizando el trinomio cuadrado perfecto}\},$$

$$\Rightarrow 4x^4 + 3x^2y^2 + y^4 = (2x^2 + y^2 + xy)(2x^2 + y^2 - xy) \quad \{\text{factorizando la diferencia de cuadrados}\};$$

$$\therefore 4x^4 + 3x^2y^2 + y^4 = (2x^2 + xy + y^2)(2x^2 - xy + y^2) \quad \{\text{ordenando}\}.$$

15. $x^8 - 6x^4y^4 + y^8$

Solución:

$$x^8 - 6x^4y^4 + y^8 = (x^8 - 2x^4y^4 + y^8) - 4x^4y^4 \quad \{6x^4y^4 + y^8 = 2x^4y^4 + 4x^4y^4\},$$

$$\Rightarrow x^8 - 6x^4y^4 + y^8 = (x^4 - y^4)^2 - (2x^2y^2)^2 \quad \{\text{factorizando el trinomio cuadrado perfecto}\},$$

$$\Rightarrow x^8 - 6x^4y^4 + y^8 = (x^4 - y^4 + 2x^2y^2)(x^4 - y^4 - 2x^2y^2) \quad \{\text{factorizando la diferencia de cuadrados}\};$$

$$\Rightarrow x^8 - 6x^4y^4 + y^8 = (x^4 + 2x^2y^2 - y^4)(x^4 - 2x^2y^2 - y^4) \quad \{\text{ordenando}\}.$$

16. $a^2 - a - 30$

Solución:

$$a^2 - a - 30$$

a : raíz cuadrada del primer término del trinomio

-: signo del segundo término del trinomio

- por - da +: aplicamos la "ley de los signos" al producto de los signos del segundo y tercer términos

$6 - 5 = 1$: coeficiente del segundo término del trinomio (valor absoluto)

$6 \times 5 = 30$: coeficiente del tercer término del trinomio (valor absoluto)

De tal manera que:

$$a^2 - a - 30 = (a - 6)(a + 5).$$

17. $15m^2 + 11m - 14$

Solución:

$$15m^2 + 11m - 14$$

Multiplicamos el trinomio por 15 y lo escribimos de una forma adecuada

$$15(15m^2 + 11m - 14) = (15m)^2 + 11(15m) - 210$$

Factorizamos la expresión resultante

$$(15m)^2 + 11(15m) - 210$$

$15m$: raíz cuadrada del primer término del trinomio

+: signo del segundo término del trinomio

+ por - da -: aplicamos la "ley de los signos" al producto de los signos del segundo y tercer términos

$21 - 10 = 11$: coeficiente del segundo término del trinomio (valor absoluto)

$$\begin{array}{r|l} 210 & 2 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$21 \times 10 = 210$: coeficiente del tercer término del trinomio (valor absoluto)

De tal manera que:

$$(15m)^2 + 11(15m) - 210 = (15m + 21)(15m - 10) = 3(5m + 7)5(3m - 2) = 15(5m + 7)(3m - 2)$$

Dividimos la factorización obtenida en el paso anterior por 15 y, simplificamos:

$$\frac{(15m)^2 + 11(15m) - 210}{15} = \frac{15(5m + 7)(3m - 2)}{15} = (5m + 7)(3m - 2);$$

$$\therefore (15m)^2 + 11(15m) - 210 = (5m + 7)(3m - 2).$$

18. $a^6 + 1$

Solución:

$$a^6 + 1 = (a^2)^3 + 1^3 \quad \text{(suma de cubos perfectos),}$$

$$\Rightarrow a^6 + 1 = (a^2 + 1)[(a^2)^2 - a^2(1) + 1^2];$$

$$\therefore a^6 + 1 = (a^2 + 1)[a^4 - a^2 + 1].$$

19. $8m^3 - 27y^6$

Solución:

$$8m^3 - 27y^6 = (2m)^3 - (3y^2)^3 \quad \text{(diferencia de cubos perfectos),}$$

$$\Rightarrow 8m^3 - 27y^6 = (2m - 3y^2)[(2m)^2 + (2m)(3y^2) + (3y^2)^2];$$

$$\therefore 8m^3 - 27y^6 = (2m - 3y^2)[4m^2 + 6my^2 + 9y^4].$$

20. $16a^2 - 24ab + 9b^2$

Solución:

$$16a^2 - 24ab + 9b^2$$

La raíz cuadrada del primer término es $4a$; la raíz cuadrada del tercer término es $3b$. Y el doble producto de estas raíces es $24ab$, el segundo término. Además, el primero y tercer términos tienen el mismo signo. Por lo tanto el polinomio es un trinomio cuadrado perfecto y se factoriza como tal:

$$16a^2 - 24ab + 9b^2 = (4a - 3b)^2.$$

21. $1 + a^7$

Solución:

$1 + a^7$ es divisible por $(1 + a)$ (Criterio de divisibilidad: " $a^n + b^n$ es divisible por $a + b$ siendo n impar")

$$(1 + a^7) \div (1 + a) = 1^6 - 1^5a + 1^4a^2 - 1^3a^3 + 1^2a^4 - 1(a^5) + a^6;$$

$$\therefore (1 + a^7) \div (1 + a) = 1 - a + a^2 - a^3 + a^4 - a^5 + a^6.$$

22. $8a^3 - 12a^2 + 6a - 1$

Solución:

$$8a^3 - 12a^2 + 6a - 1 = (2a)^3 - 3(2a)^2 + 3(2a) - 1^3 \quad \text{(es el desarrollo del cubo de un binomio: } (a - b)^3);$$

$$\therefore 8a^3 - 12a^2 + 6a - 1 = (2a - 1)^3.$$

23. $1 - m^2$

Solución:

$$1 - m^2 = 1^2 - m^2;$$

$$\therefore 1 - m^2 = (1 - m)(1 + m) \quad \text{(factorizando la diferencia de cuadrados).}$$

24. $x^4 + 4x^2 - 21$

Solución:

$$x^4 + 4x^2 - 21$$

x^2 : raíz cuadrada del primer término del trinomio

+ : signo del segundo término del trinomio

+ por - da - : aplicamos la "ley de los signos" al producto de los signos del segundo y tercer términos

$7 - 3 = 4$: coeficiente del segundo término del trinomio (valor absoluto)

$7 \times 3 = 21$: coeficiente del tercer término del trinomio (valor absoluto)

De tal manera que:

$$x^4 + 4x^2 - 21 = (x^2 + 7)(x^2 - 3).$$

25. $125a^6 + 1$

Solución:

$$125a^6 + 1 = (5a^2)^3 + 1^3 \quad \text{(suma de cubos perfectos),}$$

$$\Rightarrow 125a^6 + 1 = (5a^2 + 1)[(5a^2)^2 - 5a^2 + 1];$$

$$\therefore 125a^6 + 1 = (5a^2 + 1)[25a^4 - 5a^2 + 1].$$

26. $a^2 + 2ab + b^2 - m^2$

Solución:

$$a^2 + 2ab + b^2 - m^2 = (a^2 + 2ab + b^2) - m^2 \quad \text{(asociando apropiadamente),}$$

$$\Rightarrow a^2 + 2ab + b^2 - m^2 = (a + b)^2 - m^2 \quad \text{(factorizando el trinomio cuadrado perfecto);}$$

$$\therefore a^2 + 2ab + b^2 - m^2 = (a + b + m)(a + b - m) \quad \text{(factorizando la diferencia de cuadrados).}$$

27. $8a^2b + 16a^3b - 24a^2b^2$

Solución:

$$8a^2b + 16a^3b - 24a^2b^2 = 8a^2b(1 + 2a - 3b) \quad \text{(factor común } 8a^2b\text{).}$$

28. $x^5 - x^4 + x - 1$

Solución:

$$x^5 - x^4 + x - 1 = (x^5 - x^4) + (x - 1) \quad \text{(asociando convenientemente),}$$

$$\Rightarrow x^5 - x^4 + x - 1 = x^4(x - 1) + (x - 1) \quad \text{(factor común del primer paréntesis } x^4\text{);}$$

$$\therefore x^5 - x^4 + x - 1 = (x - 1)(x^4 + 1) \quad \text{(factor común } (x - 1)\text{).}$$

29. $6x^2 + 19x - 20$

Solución:

$$6x^2 + 19x - 20$$

Multiplicamos el trinomio por 6 y lo escribimos de una forma adecuada

$$6(6x^2 + 19x - 20) = (6x)^2 + 19(6x) - 120$$

Factorizamos la expresión resultante

$$(6x)^2 + 19(6x) - 120$$

∴ $6x$: raíz cuadrada del primer término del trinomio

∴ $+$: signo del segundo término del trinomio

$+$ por $-$ da $-$: aplicamos la "ley de los signos" al producto de los signos del segundo y tercer términos

∴	120	2
	60	2
	30	2
∴	15	3
	5	5
	1	

$24 \times 5 = 120$: coeficiente del tercer término del trinomio (valor absoluto)

De tal manera que:

$$(6x)^2 + 19(6x) - 120 = (6x + 24)(6x - 5) = 6(x + 4)(6x - 5)$$

Dividimos la factorización obtenida en el paso anterior por 6 y, simplificamos:

$$\frac{(6x)^2 + 19(6x) - 120}{6} = \frac{6(x + 4)(6x - 5)}{6} = (x + 4)(6x - 5);$$

$$\therefore (6x)^2 + 19(6x) - 120 = (x + 4)(6x - 5).$$

30. $25x^4 - 81y^2$

Solución:

$$25x^4 - 81y^2 = (5x^2)^2 - (9y)^2 = (5x^2 + 9y)(5x^2 - 9y) \quad \text{(factorizando la diferencia de cuadrados).}$$

31. $1 - m^3$

Solución:

$$1 - m^3 = 1^3 - m^3 \quad \text{(diferencia de cubos perfectos),}$$

$$\Rightarrow 1 - m^3 = (1 - m)(1 + m + m^2) \quad \text{(factorizando la diferencia de cubos);}$$

32. $x^2 - a^2 + 2xy + y^2 + 2ab - b^2$

Solución:

$$x^2 - a^2 + 2xy + y^2 + 2ab - b^2 = (x^2 + 2xy + y^2) + (-a^2 + 2ab - b^2) \quad \text{(asociando convenientemente),}$$

$$\Rightarrow x^2 - a^2 + 2xy + y^2 + 2ab - b^2 = (x^2 + 2xy + y^2) - (a^2 - 2ab + b^2) \quad \text{(factorizando por -1 el segundo),}$$

$$\Rightarrow x^2 - a^2 + 2xy + y^2 + 2ab - b^2 = (x + y)^2 - (a - b)^2 \quad \text{(factorizando los trinomios cuadrados perfectos),}$$

$$\Rightarrow x^2 - a^2 + 2xy + y^2 + 2ab - b^2 = [x + y + (a - b)][x + y - (a - b)] \quad \text{(factorizando la diferencia de cuadrados);}$$

$$x^2 - a^2 + 2xy + y^2 + 2ab - b^2 = [x + y + a - b][x + y - a + b] \quad \text{(destruyendo paréntesis).}$$

$$33. 21m^5n - 7m^4n^2 + 7m^3n^3 - 7m^2n$$

Solución:

$$21m^5n - 7m^4n^2 + 7m^3n^3 - 7m^2n = 7m^2n(3m^3 - m^2n + mn^2 - 1) \quad \{\text{factor común } 7m^2n\}.$$

$$34. a(x+1) - b(x+1) + c(x+1)$$

Solución:

$$a(x+1) - b(x+1) + c(x+1) = (x+1)(a - b + c) \quad \{\text{factor común } (x+1)\}.$$

$$35. 4 + 4(x-y) + (x-y)^2$$

Solución:

$$4 + 4(x-y) + (x-y)^2$$

La raíz cuadrada del primer término es 2; la raíz cuadrada del tercer término es $(x-y)$. Y el doble producto de estas raíces es $4(x-y)$, el segundo término. Además, el primero y tercer términos tienen el mismo signo. Por lo tanto el polinomio es un trinomio cuadrado perfecto y se factoriza como tal:

$$4 + 4(x-y) + (x-y)^2 = (2 + x - y)^2.$$

$$41. x^4 + x^2 + 25$$

Solución:

$$x^4 + x^2 + 25 = x^4 + x^2 + 25 + (9x^2 - 9x^2) = (x^4 + 10x^2 + 25) - 9x^2,$$

$$\Rightarrow x^4 + x^2 + 25 = (x^2 + 5)^2 - 9x^2 \quad \{\text{factorizando el trinomio cuadrado perfecto}\},$$

$$\Rightarrow x^4 + x^2 + 25 = (x^2 + 5 - 3x)(x^2 + 5 + 3x) \quad \{\text{factorizando la diferencia de cuadrados}\};$$

$$\therefore x^4 + x^2 + 25 = (x^2 - 3x + 5)(x^2 + 3x + 5) \quad \{\text{ordenando}\}.$$

$$42. a^8 - 28a^4 + 36$$

Solución:

$$a^8 - 28a^4 + 36 = a^8 - 12a^4 - 16a^4 + 36 = (a^8 - 12a^4 + 36) - 16a^4,$$

$$\Rightarrow a^8 - 28a^4 + 36 = (a^4 - 6)^2 - 16a^4 \quad \{\text{factorizando el trinomio cuadrado perfecto}\},$$

$$\Rightarrow a^8 - 28a^4 + 36 = (a^4 - 6 - 4a^2)(a^4 - 6 + 4a^2) \quad \{\text{factorizando la diferencia de cuadrados}\};$$

$$\therefore a^8 - 28a^4 + 36 = (a^4 - 4a^2 - 6)(a^4 + 4a^2 - 6) \quad \{\text{ordenando}\}.$$

$$43. 343 + 8a^3$$

Solución:

$$343 + 8a^3 = 7^3 + (2a)^3,$$

$$\Rightarrow 343 + 8a^3 = (7 + 2a)(7^2 - 7(2a) + (2a)^2) \quad \{\text{factorizando la suma de cubos}\};$$

$$\therefore 343 + 8a^3 = (7 + 2a)(49 - 14a + 4a^2) \quad \{\text{efectuando las operaciones indicadas}\}.$$

Para cualquier polinomio que tenga raíces enteras se puede aplicar la regla de Ruffini: Decir que un polinomio tiene raíces enteras es encontrar valores de x números enteros que al sustituirlos en el polinomio nos da cero.

Si un polinomio de, por ejemplo, cuarto grado $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$, tiene cuatro raíces enteras, x_1, x_2, x_3, x_4 , se factoriza

$$x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)$$

Pero ¿cómo se obtienen las raíces?, por la regla de Ruffini

Ejemplo: Factorizar $x^4 - 4x^3 - x^2 + 16x - 12$

Se aplica la regla de **Ruffini**, probando los divisores del término independiente, en este caso de 12. O sea que se prueba con 1, -1, 2, -2, 3, -3, 4, -4, 6, -6, 12 y -12

Probemos con uno

Se copian los coeficientes del polinomio:

1	-4	-1	16	-12
---	----	----	----	-----

Y se escribe en una segunda línea el número uno

1	1	-4	-1	16	-12

El primer coeficiente se copia abajo en una tercera línea

1	1	-4	-1	16	-12
	1				

Se multiplica ese coeficiente, uno (1), por el número que estamos probando, en este caso también uno (1), o sea uno por uno = uno (1). Este uno se escribe debajo del siguiente coeficiente, o sea del -4

1	1	-4	-1	16	-12
		1			
	1				

Se suma $-4+1=-3$

1	1	-4	-1	16	-12
		1			
	1	-3			

Se multiplica -3 por $1=-3$ y se escribe debajo del siguiente coeficiente, -1

1	1	-4	-1	16	-12
		1	-3		
	1	-3			

Se suma $-3-1=-4$ y así sucesivamente

1	1	-4	-1	16	-12
		1	-3	-4	12
	1	-3	-4	12	0

Como vemos la última suma ha dado cero. Eso quiere decir que uno es una raíz del polinomio y que nos sirve para Factorizar.

Si hubiera dado distinto de cero habría que seguir probando los demás divisores de 12.

Los coeficientes que han quedado en la última fila, en realidad son los coeficientes del cociente de dividir el polinomio entre $x-1$, y la última suma es el resto de dicha división.

Si escribimos la relación fundamental de una división entera, o sea que

Dividendo=Divisor x Cociente + Resto

$$x^4 - 4x^3 - x^2 + 16x - 12 = (x - 1)(x^3 - 3x^2 - 4x + 12)$$

De hecho ya hemos factorizado el polinomio, pero el segundo factor de tercer grado hay que intentar seguir factorizando, de nuevo por la regla de **Ruffini**.

Aplicando sucesivas veces esta regla queda:

1	1	-4	-1	16	-12
		1	-3	-4	12
	1	-3	-4	12	0
2		2	-2	-12	
		1	-1	-6	0
-2		-2	6		
	1	-3	0		

Como las raíces son, 1, 2 y -2 y el último cociente es $x-3$

La factorización final es: $x^4 - 4x^3 - x^2 + 16x - 12 = (x - 1)(x - 2)(x + 2)(x - 3)$

Si en las sucesivas pruebas no encontramos ningún resto cero, quiere decir que el polinomio no se puede factorizar dentro de los números reales.

Cociente de la diferencia de los cuadrados de dos cantidades entre la suma o la diferencia de las cantidades

I

Procedimiento

1. Factorizamos la diferencia de cuadrados en el numerador
2. Simplificamos.

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

I

$$1. \frac{x^2 - 1}{x + 1}$$

Solución:

$$\frac{x^2 - 1}{x + 1} = \frac{(x + 1)(x - 1)}{(x + 1)} = \frac{\cancel{(x + 1)}(x - 1)}{\cancel{(x + 1)}};$$

$$\therefore \frac{x^2 - 1}{x + 1} = x - 1.$$

$$2. \frac{1 - x^2}{1 - x}$$

Solución:

$$\frac{1 - x^2}{1 - x} = \frac{(1 + x)(1 - x)}{(1 - x)} = \frac{(1 + x)\cancel{(1 - x)}}{\cancel{(1 - x)}};$$

$$\therefore \frac{1 - x^2}{1 - x} = 1 + x.$$

$$3. \frac{x^2 - y^2}{x + y}$$

Solución:

$$\frac{x^2 - y^2}{x + y} = \frac{(x + y)(x - y)}{(x + y)} = \frac{\cancel{(x + y)}(x - y)}{\cancel{(x + y)}};$$

$$\therefore \frac{x^2 - y^2}{x + y} = x - y.$$

$$4. \frac{y^2 - x^2}{y - x}$$

Solución:

$$\frac{y^2 - x^2}{y - x} = \frac{(y + x)(y - x)}{(y - x)} = \frac{(y + x)\cancel{(y - x)}}{\cancel{(y - x)}};$$

$$\therefore \frac{y^2 - x^2}{y - x} = y + x.$$

$$5. \frac{x^2 - 4}{x + 2}$$

Solución:

$$\frac{x^2 - 4}{x + 2} = \frac{(x + 2)(x - 2)}{(x + 2)} = \frac{\cancel{(x + 2)}(x - 2)}{\cancel{(x + 2)}}$$

$$\therefore \frac{x^2 - 4}{x + 2} = x - 2.$$

$$6. \frac{9 - x^4}{3 - x^2}$$

Solución:

$$\frac{9 - x^4}{3 - x^2} = \frac{(3 + x^2)(3 - x^2)}{(3 - x^2)} = \frac{(3 + x^2)\cancel{(3 - x^2)}}{\cancel{(3 - x^2)}}$$

$$\therefore \frac{9 - x^4}{3 - x^2} = 3 + x^2.$$

$$7. \frac{a^2 - 4b^2}{a + 2b}$$

Solución:

$$\frac{a^2 - 4b^2}{a + 2b} = \frac{(a + 2b)(a - 2b)}{(a + 2b)} = \frac{\cancel{(a + 2b)}(a - 2b)}{\cancel{(a + 2b)}}$$

$$\therefore \frac{a^2 - 4b^2}{a + 2b} = a - 2b.$$

$$8. \frac{25 - 36x^4}{5 - 6x^2}$$

Solución:

$$\frac{25 - 36x^4}{5 - 6x^2} = \frac{(5 + 6x^2)(5 - 6x^2)}{(5 - 6x^2)} = \frac{(5 + 6x^2)\cancel{(5 - 6x^2)}}{\cancel{(5 - 6x^2)}}$$

$$\therefore \frac{25 - 36x^4}{5 - 6x^2} = 5 + 6x^2.$$

Cociente de la suma o diferencia de los cubos de dos cantidades entre la suma o diferencia de las cantidades

|

Procedimiento

1. Factorizamos la diferencia o la suma, según el caso, de cubos en el numerador

2. Simplificamos.

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$1. \frac{1+a^3}{1+a}$$

Solución:

$$\frac{1+a^3}{1+a} = \frac{(1+a)(1-a+a^2)}{(1+a)} = \frac{\cancel{(1+a)}(1-a+a^2)}{\cancel{(1+a)}};$$

$$\therefore \frac{1+a^3}{1+a} = 1-a+a^2.$$

$$2. \frac{1-a^3}{1-a}$$

Solución:

$$\frac{1-a^3}{1-a} = \frac{(1-a)(1+a+a^2)}{(1-a)} = \frac{\cancel{(1-a)}(1+a+a^2)}{\cancel{(1-a)}};$$

$$\therefore \frac{1-a^3}{1-a} = 1+a+a^2.$$

$$3. \frac{x^3+y^3}{x+y}$$

Solución:

$$\frac{x^3+y^3}{x+y} = \frac{(x+y)(x^2-xy+y^2)}{(x+y)} = \frac{\cancel{(x+y)}(x^2-xy+y^2)}{\cancel{(x+y)}};$$

$$\therefore \frac{x^3+y^3}{x+y} = x^2-xy+y^2.$$

$$4. \frac{8a^3-1}{2a-1}$$

Solución:

$$\frac{8a^3-1}{2a-1} = \frac{(2a-1)(4a^2+2a+1)}{(2a-1)} = \frac{\cancel{(2a-1)}(4a^2+2a+1)}{\cancel{(2a-1)}};$$

$$\therefore \frac{8a^3-1}{2a-1} = 4a^2+2a+1.$$

$$5. \frac{8x^3 + 27y^3}{2x + 3y}$$

Solución:

$$\frac{8x^3 + 27y^3}{2x + 3y} = \frac{(2x + 3y)(4x^2 - 6xy + 9y^2)}{(2x + 3y)} = \frac{\cancel{(2x + 3y)}(4x^2 - 6xy + 9y^2)}{\cancel{(2x + 3y)}};$$

$$\therefore \frac{8x^3 + 27y^3}{2x + 3y} = 4x^2 - 6xy + 9y^2.$$

$$6. \frac{27m^3 - 125n^3}{3m - 5n}$$

Solución:

$$\frac{27m^3 - 125n^3}{3m - 5n} = \frac{(3m - 5n)(9m^2 + 15mn + 25n^2)}{(3m - 5n)} = \frac{\cancel{(3m - 5n)}(9m^2 + 15mn + 25n^2)}{\cancel{(3m - 5n)}};$$

$$\therefore \frac{27m^3 - 125n^3}{3m - 5n} = 9m^2 + 15mn + 25n^2.$$

$$7. \frac{64a^3 + 343}{4a + 7}$$

Solución:

$$\frac{64a^3 + 343}{4a + 7} = \frac{(4a + 7)(16a^2 - 28a + 49)}{(4a + 7)} = \frac{\cancel{(4a + 7)}(16a^2 - 28a + 49)}{\cancel{(4a + 7)}};$$

$$\therefore \frac{64a^3 + 343}{4a + 7} = 16a^2 - 28a + 49.$$

$$8. \frac{216 - 125y^3}{6 - 5y}$$

Solución:

$$\frac{216 - 125y^3}{6 - 5y} = \frac{(6 - 5y)(36 + 30y + 25y^2)}{(6 - 5y)} = \frac{\cancel{(6 - 5y)}(36 + 30y + 25y^2)}{\cancel{(6 - 5y)}};$$

$$\therefore \frac{216 - 125y^3}{6 - 5y} = 36 + 30y + 25y^2.$$